403

தொலைநிலைக் கல்வி இயக்ககம்

திறந்தவெளிப் பல்கலைக் கழகம்

OUS

அறிமுக நிலை

(Introductory Course)

க
ணி
த
ம்

பகுதி III

கணிதம்

பாடங்கள்: 1–16

மதுரை காமராசர் பல்கலைக் கழகம்
மதுரை — 625 021

பதிப்புரிமை : தொலைநிலைக் கல்வி இயக்ககம்

தொலை நிலைக் கல்வி இயக்ககம்

திறந்தவெளிப் பல்கலைக்கழகம்

அறிமுகநிலை - கணிதம் - பாடத்திட்டம்

பாடம்

1. எண் முறையினம்
2. உத்தம பொதுக் காரணி
3. அதமப் பொது மடங்கு
4. வர்க்க மூலம்
5. வர்க்க மூலம் தொடர்ச்சி
6. வர்க்க மூலம் தொடர்பான கணக்குகள்
7. சதவீதம்
8. வரிகள், தனிவட்டி
9. விகிதம், விகிதசமம், நேர்விகிதம்
10. கணித வாக்கியங்கள்
11. சமன்பாடுகள் (ஒரு மாறி)
12. அடுக்குக் குறி விதிகள்
13. முற்றொருமைகள்
14. வடிவியல்
15. பலகோணம், முக்கோணம்
16. செய்முறைவடிவியல்
17. அளவியல் சமபக்க முக்கோணம், ஒழுங்கு அறுகோணம்
18. செங்கோண முக்கோணம் அசமபக்க முக்கோணம்
19. சதுரம், செவ்வகம்
20. இணைகரம், சரிவகம்
21. வட்டம்
22. வட்டக் கோணப்பகுதி

பாடம் - 1

எண் முறையினம் (Number System)

இயல் எண்கள் (Natural Numbers)

நமது இளமைப் பருவத்திலிருந்து நமக்கு நன்கு தெரிந்த எண்களின் தொகுப்பைத்தான் இயல் எண்கள் என்று அழைக்கிறார்கள். இயல் எண்களை நாம் எண்ணுவதற்குப் பயன்படுத்தி வருகிறோம் எனவே, இயல் எண்களை எண்ணும் எண்கள் என்றும் அழைப்பர்.

இயல் எண்களை ஒன்று, இரண்டு, மூன்று .... என்று கூறுகிறோம். இயல் எண்களை 1, 2, 3, 4 என்ற குறியீட்டுகளால் எழுதுகின்றோம்.

இயல் எண்களின் தொகுப்பைச் சுருக்கமாக N என்று குறிப்பது வழக்கம். எனவே N = {1, 2, 3, 4 ...}

ஆகவே இயல் எண்கள் என்பது 1லிருந்து தொடங்குவதாகும் அடுத்தடுத்துள்ள இயல் எண்களின் வித்தியாசம் 1 ஆகும்.
பொதுவாக இயல் எண்களின் கணம் என்பது—,

1ஐ ஆரம்ப எண்ணாகவும், அவ்வெண்ணையே அடுத்தடுத்துள்ள உறுப்புகளின் வித்தியாசமாகவும் கொண்ட எண்களின் தொகுப்பு ஆகும்

இயல் எண்களின் பண்புகள்:

எந்த இரு அடுத்தடுத்த இயல் எண்களை எடுத்துக் கொண்டாலும் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் ஒன்று ஆகும்.

$$13, 14; 14-13=1$$

$$1000, 1001; 1001-1000=1$$

எந்த இரு இயல் எண்களைக் கூட்டினாலும் அதன் கூட்டற்பலன் இயல் எண்ணாகும்.

5 + 15 = 20 ஓர் இயல் எண்.

38 + 97 = 135 ஓர் இயல் எண்.

எந்த இரு இயல் எண்களைப் பெருக்கினாலும் அதன் பெருக்கற்பலன் இயல் எண்ணாகும்.

3 × 4 = 12

10 × 27 = 270

பொதுவாக இரண்டோ அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இயல் எண்களைக் கூட்டினாலும் அல்லது பெருக்கினாலும் அதன் கூட்டற்பலன் அல்லது பெருக்கற்பலன் ஓர் இயல் எண் என்பதை அறிகிறோம்.

3 + 27 + 120 = 150

2 × 10 × 22 = 440

வகு எண்கள் (Divisors)

15ஐ 1, 3, 5, 15 இவ்வெண்கள் மீதமின்றி வகுக்கும்.

21ஐ 1, 3, 7, 21, இவை மீதமின்றி வகுக்கும்.

32ஐ 1, 2, 4, 8, 16, 32 இவை மீதமின்றி வகுக்கும்

இவ்வாறு ஓர் எண்ணை மீதமின்றி வகுக்கும் எண்கள் அவ்வெண்ணின் வகு எண்கள் எனப்படும்.

காரணிகள் (Factors)

ஓர் எண்ணை, அவ்வெண்ணைத் தவிர வேறு இரு எண்களின் பெருக்கற் பலனாக எழுத முடியுமானால் அவ்விரு எண்களையும் முதலில் எடுத்துக் கொண்ட எண்ணின் காரணிகள் என்று கூறலாம்.

6 = 3 × 2

42 = 7 × 6

25 = 5 × 5

இவ்வாறு ஓர் இயல் எண்ணை அதனின்று வேறுபட்ட இரு இயல் எண்களின் பெருக்கற் பலனாக எழுதும்போது அந்த எண்ணைக் காரணிப்படுத்திய வடிவில் எழுதியுள்ளதாகக் கூறலாம்.

பகாகாரணிகள் ஒரே எண்ணாகவும் இருக்கலாம்.

பகா எண் (Prime Number)

2ன் வகு எண்கள் = (1,2)
13ன் வகு எண்கள் = (1,13)
23ன் வகு எண்கள் = (1,23)

இவை போன்று ஓர் இயல் எண்ணுக்கு இரண்டே இரண்டு வகு எண்கள் மட்டும் இருந்தால் அம்மாதிரியான இயல் எண்களை பகா எண்கள் என்று கூறுவர்.

எனவே, 2, 3, 7, 13, 17 போன்றவைகள் பகா எண்களாகும்.

பகு எண் (Composite Number)

4ன் வகு எண்கள் = (1,2,4)
15ன் வகு எண்கள் = (1,3,5,15)
24ன் வகு எண்கள் = (1,2,3,4,6,8,12,24)

இவ்வாறு ஒரு இயல் எண்ணுக்கு இரண்டிற்கு மேற்பட்ட வகு எண்கள் இருந்தால் அம்மாதிரியான இயல் எண்களை பகு எண் என்று கூறுவர்.

1ன் வகு எண் = (1) ஆகும்

மேலே கூறிய இருவிதிகளும் இதற்குப் பொருந்தவில்லை. எனவே இயல் எண்களின் ஆரம்ப எண், 1 ஆனது ஒரு பகா எண் அல்ல அது ஒரு பகு எண்ணும் அல்ல.

எனவே "1" அலகு (unit) எனப்படும்.

பொதுவாக, x என்பது ஓர் இயல் எண் எனில் x ஆனது 1 ஆகவோ அல்லது x ஆனது ஒரு பகு எண்ணாகவோ அல்லது x ஆனது ஒரு பகா எண்ணாகவோ தான் இருக்க முடியும் என்று அறிகிறோம்.

பகாக்காரணிப்படுத்துதல் :

ஓர் இயல் எண்ணை வேறு இரு இயல் எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடிந்தால், அவ்விரு எண்களும் முதலில் கூறிய எண்ணின் காரணிகள் என்று கூறுவோம்.

i) $30 = 5 \times 6$

ii) $32 = 4 \times 8$

iii) $30 = 5 \times 6$

மேலே கூறியுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து ஓர் இயல் எண்ணின் காரணிகள்

i) இரண்டுமே பகா எண்களாகவோ அல்லது

ii) இரண்டுமே பகு எண்களாகவோ அல்லது

iii) ஒன்று பகு எண்ணாகவும் மற்றொன்று பகா எண்ணாகவும் அமையலாம் என்று காண்கிறோம்.

32ன் காரணிகளான 4×8ஐ மீண்டும் காரணிப்படுத்தலாம். இவ்வாறு தொடர்ந்து காரணிப்படுத்திக் கொண்டே சென்றால், ஓர் நிலையில் அதனை மீண்டும் காரணிப்படுத்த முடியாத நிலை ஏற்படும். இந்நிலையில் அதனை முழுவதும் காரணிபடுத்தியதாகக் கொள்வோம்.

$$
\begin{aligned}
32 &= 4 \times 8 \\
&= 2 \times 2 \times 8 \\
&= 2 \times 2 \times 4 \times 2 \\
&= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \\
30 &= 5 \times 6 \\
&= 5 \times 2 \times 3 \\
12 &= 3 \times 4 \\
&= 3 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^2
\end{aligned}
$$

இவ்வாறு ஒரு பகு எண்ணைக் காரணிப்படுத்தி எழுதும் பொழுது அதன் காரணிகள் எல்லாம் பகா எண்களாகவோ அல்லது பகா எண்களின் அடுக்குகளாகவோ இருந்தால் அதைப் பகாக் காரணிப் படுத்திய வடிவில் உள்ளதாகக் கூறுகின்றோம்.

14ன் காரணிகள் = 2×7

18ன் காரணிகள் $3 \times 3 \times 2 = 3^2 \times 2$

சார்பகா எண்கள் (Relatiue Primes)

இரண்டு இயல் எண்களுக்கு ஓரே ஒரு வகு எண் மாத்திரம் பொதுவாக இருந்தால், அவ்விரண்டு இயல் எண்களையும் சார்பகா எண்கள் என்று கூறுவர்.

1 எல்லா இயல் எண்களுக்கும் வகு எண் ஆகும். இயல் எண்கள் சார்பகா எண்களாயின் அவைகளின் வகு எண்களில் 1 மற்றும் பொதுவாக அமைய வேண்டும்.

மாதிரி : 1 2ன் வகு எண்கள் = (1,2)
5ன் வகு எண்கள் = (1,5)

இந்த இரண்டு (2,5) இயல் எண்களுக்குள் 1 மட்டும் பொது வகு எண்ணாக உள்ளது. எனவே 2ம் 5ம் சார்பகா எண்கள் ஆகும்.

மாதிரி : 2 2ம் 10ம் சார்பகா எண்களா?

2ன் வகு எண்கள் = (1,2)
10ன் வகு எண்கள் = (1,2,5,10)

2 10 இயல் எண்களுக்கு (1,2) என்ற இரு வகு எண்கள் பொது வாக உள்ளன.

ஆகவே 2ம், 10ம் சார்பகா எண்கள் அல்ல

மாதிரி : 3 14ம், 16ம் சார்பகா எண்களா?

14ன் வகு எண்கள் = (1,2,7,14)
16ன் வகு எண்கள் = (1,2,48,16)
14ம் 16ம் சார்பகா எண்கள் அல்ல

பயிற்சி

1. பின் வரும் இயல் எண்களின் வகு எண்களை எழுதுக.
(a) 11 (b) 29 (c) 36 (d) 20 (e) 26

II. (a) 9 (b) 28 (c) 39 (d) 105 (e) 360
(f) 95 (g) 276 (h) 540 (i) 125 (j) 118

III. 1 முதல் 50க்குள் உள்ள பகா எண்களை எழுதுக.

IV. 50 முதல் 100க்குள் உள்ள பகு எண்களை எழுதுக.

V. பின் வருபவைகளைப் பகாக் காரணிப்படுத்துக.

(1) 16 (2) 35 (3) 40 (4) 64 (5) 280

(6) 56 (7) 99 (8) 182 (9) 100 (10) 231

VI. பின் வரும் சோடிகளில் எவை சார்பகா எண்கள்?

(1) 5,61 (2) 7,11 (3) 12,21 (4) 18,25 (5) 30,39

விடைகள்

I. (a) (1,11) (b) (1,29) (c) 1 2,3,4,6,9,11,18.36

(d) (1,2,4,5,10,20) (e) (1,2,13,26)

II. (a) 3×3 (b) (4×7) (c) 3×13 (d) 54×71 (e) [illegible]

(f) 5×19 (g) 6×46 (h) 18×30 (i) 4×31 (k) 7×16

V. (1) $2\times2\times2\times2$ (2) 7×5 (3) $2^3\times5$ (4) 4^3 (5) $5\times7\times2^3$

(6) 7×2^3 (7) 11×9 (8) $2\times7\times13$ (9) 2×52 (10) $3\times11\times7$

VI. (2)ம் (4)ம் சார்பகா எண்கள்.

உத்தமப் பொதுக் காரணி
(Highest Common Factor)

ஓர் எண்ணை மற்றோர் எண் மிச்சமின்றி வகுக்குமானால் வகுக்கும் எண் வகுபடும் எண்ணின் காரணி எனப்படும்.

$36 \div 3 = 12$

$48 \div 3 = 16$

இங்கு 3 ஆனது 36க்கும், 48க்கும் ஒரு காரணி

ஒரு எண்ணிற்கு அநேக காரணிகள் இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக. $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

36, 48 ஆகிய இந்த இரண்டு எண்களுக்கும் பொதுவான காரணிகள் இருக்கின்றன. அவை 2, 3, 4, 6, 12 ஆகியவை. இவற்றுள் மிகப் பெரியது 12, அது உத்தமம் (Highest) என்று சொல்லப்படும். 12 ஆனது 36,48 ஆகிய இரண்டு எண்களையும் மீதமின்றி வகுக்கும். ஆகையால் 12ஐ 36, 48 இவற்றின் உத்தமப் பொதுக் காரணி என்கிறோம். இதைச்சுருக்கமாக உ.பொ.கா. எனலாம்

மாதிரி :- 96, 64 48 என்ற எண்களுக்கு உ.பொ.கா. காண்க.

முதல் முறை :- பகாக் காரண எண்கள் கண்டுபிடித்துச் செய்யும் முறை

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

∴ உ.பொ.கா. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

குறிப்பு: 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 போன்ற எண்களுக்குக் காரணிகள் இல்லை. ஆனால், ஒவ்வொன்றும் தன்னாலும் 1 ஆலும் வகுபடும்.

வேறு எந்த எண்ணாலும் வகுபடா. இந்த எண்களுக்குப் பகா எண்கள்' என்று பெயர் காரணிகளால் வகுபடும் எண்களுக்குப் 'பகு எண்கள்' என்று பெயர்.

மற்றொரு முறை:- பொதுக் காரணிகளால் வகுத்து உ.பொ.கா. காண்க:

```
4 | 96,64,48
  ---------
4 | 24,16,12
  ---------
    6, 4, 3
```

உ.பொ.கா. = 4×4 = 16.

பயிற்சி :- 1) உத்தமப் பொதுக் காரணி காண்க.

a) 9,6 b) 27,45 c) 100,75 d) 89,65 e) 96 ;03

2) உத்தமப் பொதுக் காரணி காண்க.

a) 3 X 3 X 5, 3 X 5 X 7, 3 X 4 X 5 X 7

b) 2 X 2 X ›, 2 X 2 X 11, 2 X 2 X 13

c) 7 X 7 X 11, 7 X 11 X 13, 7 X 11 X 17

3) பொதுக் காரணிகளால் வகுத்து உ.பொ.கா. காண்க.

a) 36, 54 b) 144, 176 c) 40, 60, 96 d) 75, 150, 225
e) 162, 216, 270

மாதிரி 1 :- 168, 252, 295 இவற்றை மீதியில்லாமல் வகுக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய எண் யாது?

```
7 | 168, 252, 294
  --------------
6 | 24, 36, 42
  ------------
    4, 6, 47
```

உ.பொ கா = 7 X 6 = 42

மாதிரி 2 :- A B, என்ற இரு சிறுவர்கள் முறையே ரூ. 6.25, ரூ. 8.75 கொண்டு செல்கிறார்கள். ஒவ்வொருவரும் தன்னிடமிருக்கும் பணத்தை மிச்சம் வைக்காமல் ஒரே விலையுள்ள கணக்குப் புத்தகங்கள் வாங்கினர். ஒரு புத்தகம் அதிகப்படி என்ன விலை இருக்கும்?

ரூ. 6.25 = 625 பை
ரூ. 8.75 = 875 பை
625,875 இவற்றிற்கு உ.பொ.கா. = ரூ. 125

$$\begin{array}{r|l} 5 & 625,\ 875 \\ \hline 5 & 125,\ 175 \\ \hline 5 & 25,\ 35 \\ \hline & 5,\ 7 \end{array}$$

ஒரு புத்தகத்தின் அதிகப்படி விலை = 125

= ரூ 1.25

மாதிரி 3 :- 42, 25, 80 இவைகளை முறையே 6, 7, 8 மிச்சம் வரும்படி வகுக்கக் கூடிய மிகப் பெரிய எண் யாது?

42—6=36

25—7=18

80—8=72

36, 18, 72 இம்மூன்று எண்களுக்கு உ.பொ.கா.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 36,\ 18,\ 72 \\ \hline 6 & 12,\ 6,\ 24 \\ \hline & 2,\ 1,\ 4 \end{array}$$

3X6 = 18

42, 25, 80 இந்த எண்களைக் கேட்டபடி வகுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண் = 18

பயிற்சி :- 1) 990 மாம்பழங்களையும், 720 கொய்யாப்பழங்களையும் கூடை ஒன்றுக்கு ஒரே எண்ணிக்கையில் தனித்தனியாகக் கூடைகளில் நிரப்ப வேண்டுமானால் அதிகப்படி ஒரு கூடையில் எத்தனை பழங்கள் இருக்கும்?

(விடை 90 பழங்கள்)

2) 28 மீட்டர் நீளம், 12 மீட்டர் அகலம் உள்ள முற்றத்தின் பக்கங்களை மீதியின்றி அளக்கக்கூடிய கோலின் மிக அதிகமான அளவு எவ்வளவு.

[விடை மீ]

3) ஒரு பெட்டியில் 280 முழு ரூபாய்களும், 400 பத்து பைசா நாணயங்களும், 360 ஐந்து பைசா நாணயங்களும் இருக்கின்றன. பொட்டலம் ஒன்றுக்கு ஒரே எண்ணிக்கையுள்ள நாணயங்கள் போட்டால் ஒவ்வொரு பொட்டலத்திலும் எத்தனை நாணயங்கள் இருக்கும்?

[விடை. 40 நாணயம்]

4) 3 பேர்கள் முறையே ரூ. 2.58, ரூ 5.59, ரூ 4.73 வைத்திருக்கிறார்கள் இவற்றைக் கொண்டு மீதியில்லாமல் ஒரே விலையுள்ள புத்தகங்கள் வாங்கலாம் என்றால், ஒரு புத்தகத்தின் விலை மிக அதிகப்படி எவ்வளவு ஆகும்?

[விடை 43பை]

5) 201, 671 இவைகள் முறையே 6, 8 மிச்சம் வரும்படி வகுக்கக் கூடிய மிகப் பெரிய எண் யாது?

[விடை 39]

6) 72, 87, 119 இவைகளை முறையே 8, 7, 5, மிச்சம் வரும்படி வகுக்கக் கூடிய மிகப் பெரிய எண் யாது?

[விடை 16]

அறிமுக நிலை

கணிதம்
பாடம் – 3

அதமப் பொது மடங்கு (அ. பொ. ம.)
Least Common Multiple (L.C.M)

ஓர் எண்ணை மற்றோர் எண்ணால் பெருக்கு. பெருக்கி வரும் தொகை பெருக்கப்படும் எண்ணின் மடங்கி ஆகும். உதாரணமாக 4ஐ முறையே 1,2,3,4 ஆல் பெருக்க 4,8,12,16 என்ற எண்கள் கிடைக்கும். இவை 4ன் மடங்கிகளாகும் இதைப் போலவே 6ன் மடங்கிகள் 6,12,18,24,30 4க்கும் 6க்கும் பொதுவான மடங்கிகள் 12,24,36 பொதுவான மடங்கிகளுள் மிகவும் சிறியது 12 ஆகையால், 4க்கும் 6க்கும் அதமப் பொது மடங்கு (அ.பொ.ம) 12 ஆகும். ஆதலால், இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட எண்களால் மிச்சமின்றி வகுபடும் மிகச் சிறிய எண் அந்த எண்களுக்கு அதமப் பொது மடங்கு ஆகும்.

மாதிரி 1 64, 48 இவற்றின் அ.பொ.ம. என்ன?

64 = 2 × 2 X 2 X 2 X 2 X 2

48 = 2 X 2 X 2 X 2 X 3

அ. பொ. ம. = 2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 3 = 192

குறிப்பு: (2 X 2 X 2 X 2 என்ற பொதுவாயுள்ள காரணிகளையும் 2 X 2 X 3) என்ற பொதுவல்லாத காரணிகளையும் பெருக்க வேண்டும்.

மாதிரி: 2, 64, 48, 96 இவற்றின் அ. பொ. ம. என்ன?

```
4 | 64, 96, 48
  ------------        48 ஆல் 96 ஐ வகுக்கலாம்
4 | 16, 24
  --------
2 |  4,6
  --------
     2,3
```

அ. பொ. ம = 4 X 4 X 2 X 2 = 3
= 192

48ன் மடங்கு 96; 96ன் மடங்கி 48க்கும் மடங்கி ஆகும். ஆகையால் 48ஐ அடித்து விடலாம்.

மாதிரி 3. ஒரு பள்ளிக் கூடத்தில் உள்ள பெண்களைச் சாய்வு மேசை ஒன்றுக்கு 4,5,6,7, பெண்கள் வீதம் மீதியில்லாமல் உட்கார வைக்க முடியும் என்றால், பள்ளிக்கூடத்தில் உள்ள பெண்கள் எத்தனை பேர்?

2 | 4,5,6,7

2,5,3,7

அ.பொ.ம. = 2 X 2 X 5 X 3 X 7 = 420

420 பெண்கள்

பயிற்சி 1) a) 3ன் மடங்கிகள் எவையேனும் இரண்டு சொல்க.

b) 21க்கும், 42க்கும் இடைப்பட்ட 7ன் மடங்கிகளை யாவை?

c) 3க்கும், 5க்கும் பொதுவான மடங்கிகளை 15லிருந்து துவக்கி அடுத்தடுத்த மடங்கிகள் இன்னும் மூன்று எழுதுக.

d) 2,3,5, இவற்றின் அ.பொ.ம. என்ன?

2) அ.பொ.ம. கண்டுபிடிக்க.

a) 49, 70 b) 10, 16, 20, 32 c) 24, 18, 72

3) 14, 16, 28, 32 இவற்றால் வகுபடக் கூடிய மிகச் சிறிய எண் என்ன? (224)

4) திருச்சியில் மலைக்கோட்டை மணி, மாதாகோவில்மணி, நாகநாத சுவாமி கோவில் மணி மூன்றும் முறையே 4,5,6 மணிகளுக்கு ஒரு முறை அடிக்கின்றன. அவை ஒரு முறை சேர்ந்தாற்போல அடித்தன. மறுபடி எத்தனை மணி கழித்துச் சேர்ந்தாற்போல் அடிக்கும்? (60மணி)

5) எந்த மிகச் சிறிய எண்ணை 3,4,5,10 இவைகளால் தனித்தனியே வகுத்தால் 2மிச்சம் வரும். (62)

6) ஒரு கூடையிலிருக்கும் தக்காளிப் பழங்களை 5, 6 அல்லது 7 பழங்கள் வீதம் மீதியின்றிக் கூறுகள் கட்டுவதற்கு இன்னும் 3 பழங்கள் வேண்டியிருந்தால், கூடையிலுள்ள மிகக் குறைவான பழங்கள் எத்தனை? (207)

7) ஒரு கூடையில் உள்ள ஆரஞ்சுகளை 6 ஆக எண்ணினால் 4 மீதியும் 5-ஆக எண்ணினால் 3 மீதியும், 4-ஆக எண்ணினால் 2 மீதியும்

3-ஆக எண்ணினால் 1 மீதியும் இருந்தால், கூடையில் குறைந்த பட்சம எத்தனை பழங்கள் இருக்கும்? (அ.பொ.ம) கண்டுபிடித்துப் பொது வித்தியாசம் ?ஐக் கழிக்கவும்)

(58)

உ.பொ.கா. கண்டுபிடிக்க யூக்லிடின் வகுத்தல் கணக்கீட்டுத் தனிமுறை.

மாதிரி 1 : 20, 108 இவற்றின் உ.பொ.கா. 4

20 | 108

5.மீதி 8

20,8, - இவற்றின் உ.பொ.கா 4

மாதிரி 2 : 345, 45 இவற்றின் உ.பொ.கா. 15

45 | 345

1 மீதி 30

45, 30 இவற்றின் உ.பொ.கா. 15

மாதிரி 1 : ஐ மீண்டும் பாருங்கள்.

108, 20 உ.பொ.கா. = 20, 8 உ பொ.கா.

20'8 உ.பொ.கா. = 8, 4 உ.பொ.கா.

= 4

ஃ (.08,20 உ.பொ.கா. = 4

மாதிரி 3 : யூக்லிடின் வகுத்தல் முறையில் உ.பொ.கா. காண்க 2145, 717 குறிப்பு : இரு எண்களில் உ.பொ.கா. ஆனது அவ்விரு எண் களுள் சிறியது, பெரியதை சிறியதால் வகுக்க வரும் மீதி, இவற்றின் உ.பொ.கா. விற்குச் சமம். இவ்வாறு வகுத்தலைத் திரும்பத் திரும்பச் செய்து உ.பொ.கா. காணும் முறைக்கு யூக்லிடின் கணக்கீட்டுத் தனி முறை என்று பெயர்.

2145 | 2717 | 1
2145
572

உ.பொ கா. 27i7, 2145 = உ பொ.கா. 2145, 572

572 | 2144 | 3
17i6
571

உ.பொ.கா (2145,572) = உ.பொ.கா. (572 429)

429	572 429 143	1

உ.பொ.கா. (429) = உ.பொ.கா. (429, 143)

143	429 429	3

உ.பொ.கா. (429, 143) = 143

2717, 2145 உ.பொ.கா = 143

2-ஆம் முறை :- 2145)2717(1
2145
572)2145(3
1716
426)572(1
429
143)429(3
429

உ.பொ.கா. (2717, 2145) = 143

பயிற்சி :-

1) 1309, 7616 இவற்றின் உ.பொ.கா. காண்க. [19]

2) 770, 1155, 1925 — மூன்று எண்களின் உ.பொ.கா. காண்க [3?8]

குறிப்பு : எத்தனை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டாலும், இரண்டிரண்டாக எடுத்துக் கொண்டு அவற்றின் உ.பொ.கா. காணவேண்டும்

வர்க்க மூலம்

(Square Root)

2 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரத்தை வரைவோம். அதனுடைய பரப்பு என்ன? 2 X 2 ச.செமீ, அல்லது 4 ச.செமீ என்கிறோம் இதேபோல் 3. செ.மீ 5.செமீ பக்க அளவுகள் கொண்ட சதுரங்களின் பரப்புகள் முறையே, ச. செ.மீ 6 ச. செமீ 25 ச.செமீ அல்லவா?

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$

$4 \times 4 = 4^2 = 16$

$5 \times 5 = 5^2 = 25$

ஒரு எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைக்கும் பெருக்கற்பலன் அவ்வெண்ணின் வர்க்கம் (square) ஆகும்.

$2 \times 2 = 4$ ஆகையால் 2ன் வர்க்கம் 4 ஆகும்.

$a \times a = a^2$ என்பதால் a ன் வர்க்கம் a^2.

இரு சம எண்களின் பெருக்கற் பலனுக்குச் சம எண் ஒவ்வொன்றும் வர்க்க மூலம் (square root) ஆகும்.

அதாவது 5 என்பது 25 ன் வர்க்கமூலம்,

ஒரு எண்ணை, இரு சம எண்களின் பெருக்கற் பலனாக முடியுமானால் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தை எளிதில் சொல்லலாம்.

4ன் வர்க்கம் = 4^2 = 16 ஆகும்.

4ன் வர்க்க மூலம் = 2

வர்க்க மூலத்தைக் குறிக்க √ என்ற குறியை உபயோகிக்கிறோம்

$\sqrt{4} = 2$

எண்	வர்க்கம்
4	16
5	—
6	—
7	—
8	—
9	—
10	—

காலிபிடங்களை பூர்த்தி செய்க :

எண்	வர்க்கமூலம்
9	3
16	4
25	—
36	—
47	—
64	—
81	—
100	—

இதேபோல் எண் ;	20	30	40	50	60
வர்க்கம்	400	900	1600	2500	3600

எண்ணில் ஒரு பூஜ்யமிருந்தால் அதன் வர்க்க எண்ணில் இரண்டு பூஜ்யங்கள் வருகின்றன.

200ன் வர்க்க 4000 அன்றோ!

குறிப்பு : i) வர்க்க எண்ணின் இறுதி இலக்கம் 0,1,4,5,6,9 ஆக அமைகின்றது. 2,3,7,8 இறுதி இலக்கமாக அமைவதில்லை

ii) பூஜ்யத்தில் முடியும் எண்களில் வர்க்கங்களில் பூஜ்யங்கள் இரட்டையாக அமையும்.

4, 16, 25 ...... என்பன வர்க்க எண்களாகும்.

40, 160, 250...... போன்றவை வர்க்க எண்களாகா.

ஆனால் 400, 1600, 2500 ...... போன்றவை வர்க்க எண்களே

காரணி மூலம் வர்க்கமூலம் காணல் :

6மீ பக்கமுள்ள சதுரத்தின் பரப்பு = 6 X 6 = 36 ச.மீ

6 = 2 X 3 எனக் காரணிகளாகப் பிரிக்கலாம்.

இதில் 2 இருமுறையும், 3 இருமுறையும் வந்துள்ளன.

வர்க்கமூலம் காண இரண்டு 2களில் ஒன்றையும், இரண்டு 3 களில் ஒன்றையும் எடுத்துக்கொள்வோம்.

36ன் வர்க்கமூலம் = 2 X 3 = 6

$\sqrt{36} = 6$.

மாதிரி 1 : 441 வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 441 \\ \hline 3 & 147 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

441 = 3 X 3 = 7 X 7

$\therefore \sqrt{441} = 3 \times 7$
$= 21$

மாதிரி 2 :- 11,0 25ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 110\ 25 \\ \hline 3 & 3675 \\ \hline 5 & 12\ 25 \\ \hline 5 & 245 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

11025 = 3 X 3 X 5 X 5 X 7 X 7

$\sqrt{11025} = 3 \times 5 \times 7$

= 105

மாதிரி 3 :- 4900ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

$49 = 7 \times 7$

$3900 = 7 \times 7 \times 10 \times 10.$

$\sqrt{4900} = 7 \times 10$

$= 70.$

மாதிரி 4 :- 12, 10,000ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

$221 = 11 \times 11$

$1210000 = \underline{11 \times 11} \times \underline{100} \times \underline{1.0}$

$\sqrt{1210000} = 11 \times 100$

$= 1100$

குறிப்பு :- $4900 = 49 \times 100$

$\sqrt{4900} = \sqrt{49} \times \sqrt{100}$

$= 7 \times 10 = 70$

மாதிரி 5 :- 64×36ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

$\sqrt{64 \times 36} = \sqrt{64} \times \sqrt{36}$

$= 8 \times 6$

$= 48$

மாதிரி 6 :- $25 \times 36 \times 81$ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

$\sqrt{25 \times 36 \times 81} = \sqrt{25} \times \sqrt{36} \times \sqrt{81}$

$= 5 \times 6 \times 9 = 270$

பயிற்சி :- 1) 1 முதல் 25 வரையுள்ள எண்களையும் அவற்றின் வர்க்கங்களையும் எழுதுக.

2) பின்வருவனவற்றின் வர்க்கங்களைக் கூறுக.

a; x; 2b; 3y; pq; 4xy.

3) வர்க்கமூலங்களை எழுதுக.

81, 100, 121, 196, 625.

பாடம்—5

வர்க்கமூலம் (தொடர்ச்சி)

வகுத்தல் முறை :-

2916ன் வர்க்க மூலத்தை வகுத்தல் முறையில் காண்க.

2916ன் வர்க்க மூலத்தில் இரண்டு இலக்கங்கள் உண்டு.

எண்ணின் ஒன்று ஸ்தானத்தில் முதல் குறியும் அடுத்தபடி ஒன்று விட்டு ஒரு இலக்கத்தின் மேல் ஒரு குறியும் குறித்தால் குறிகளின் எண்ணிக்கை வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

	54
5	2916
	25
104	416
	416
	0

இடது பக்கத்திலிருந்து முதல் வரை 29 உள்ளது அல்லவா? இதற்குக் குறைந்ததும் நெருங்கியதுமான வர்க்க எண் 25ஐ கழி. 25ன் வர்க்க மூலமாகிய 5ஐ ஈவில் எழுதி கழித்துக் கிடைத்த 4ன் பக்கத்தில் அடுத்தக் குறிவரையுள்ள இரண்டு இலக்கங்களை எழுதுக. 416

கிடைக்கும் 5ஐ இரண்டால் பெருக்கி இரண்டாம் வகு எண்ணின் பாகமாக 10 என்று எழுதிக் கொண்டு அதன் பக்கத்தில் போடவேண்டிய 4ஐ எழுதிக் கொள். 4ஐ ஈவில் எழுது. 104ஐ 4ஆல் பெருக்க 416 கீழ் இதனை எழுதிக் கழிக்க மீதி 0,

$\sqrt{2196} = 54.$

4) இரு சம காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் 441. காரணிகள் என்ன?

5, எவ்வெண் அதனாலேயே பெருக்கப்பட்டால் விடை 256 ஆகக் கிடைக்கும்?

6) மீதி வராத ஒரு வகுத்தலில் வகுபடும் எண் 225, வகு என் ஞும் ஈவும் சமம் என்றால், இவை என்ன?

7) வர்க்க மூலங்களை எழுதுக.

a) 3 × 3 × 5 × 5 c) 2 X 2 X 2 X 2

b) 3 X 5 X 5 X 3 d) 5 X 5 X 7 X 11 X 11

8) வர்க்க மூலங்களை எழுதுக.

a) 400 b) 1600 c) 8100 d) 14400 e) 810000

9) வர்க்க மூலங்களை காண்க :

a) 36 × 100 b) 81 × 25 c) 484 × 36 d) 121 X 44
e) 256 × 121

10) காரணிகளாகப் பிரித்து வர்க்கமூலம் காண்க.

a) 676 b) 1024 c) 3025 d) 1296 e) 9216

1) வர்க்க மூலங்களை எழுதுக.

a) $2^2 \times 3^2$ b) $9x \lambda {}^2y^2$ c) $4b^2$ d) $121k^2l^2$

12) எழுத்துக்களின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

a) $a^2 = 9$ b) $\frac{4}{x} = \frac{x}{25}$ c) $9c^2 = 324$

மாதிரி 2: வர்க்க மூலம் காண்க :- 59049

```
          2  4  3
        ---------
  2   |  59049
      |  4
 44   |  -------
      |  190
483   |  176
      |  -------
      |  1449
      |  1449
      |  -------
      |  0
      |  -------
```

$\sqrt{59049} = 243.$

குறிப்பு : மற்றும் பெரிய எண்களுக்கும் இதே முறையைத் தொடர்ந்து செய்து வர்க்க மூலம் காணலாம்.

மாதிரி 3 :- 105625ன் வர்க்க மூலம் காண்க.

```
          3  2  5
        ----------
  3   |  105625
      |  9
 62   |  --------
      |  156
      |  124
645   |  --------
      |  3225
      |  3225
      |  --------
      |  0
      |  --------
```

$\sqrt{105625} = 325$

மாதிரி 4 ;- $\sqrt{625} = 25$ என்பதை உபயோகப்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

62500, 6250000, 625×16, 625 X 25.

$$\sqrt{625} = 25$$

$$\sqrt{62500} = 250$$

$$\sqrt{6250000} = 2500$$

$$\sqrt{625 \times 16} = \sqrt{625} \times \sqrt{16}$$

$$= 25 \times 4$$

$$= 100$$

$$\sqrt{625 \times 25} = \sqrt{625} \times \sqrt{25}$$

$$= 25 \times 5 = 125$$

பயிற்சி : வர்க்க மூலம் காண்க.

1) 576 2) 48.4 3) 3025 4) 53,361 5) 1296

6) 7056 7) 2,13,444 8) 2,50,000 9) 36 × 100 10) 49 × 196 × 100

பின்னங்களின் வர்க்க மூலம் :

பகுதி, தொகுதி இரண்டிற்கும் வர்க்க மூலம் கண்டு எழுத வேண்டும். பின்னத்தை சுருக்கிய வடிவில் எழுதிப் பின் வர்க்க மூலம் காண வேண்டும். கலப்பு பின்னத்தைத் தகா பின்னமாக மாற்றி வர்க்க மூலம் காண வேண்டும்.

மாதிரி 1 : வர்க்க மூலம் காண்க :

$$\frac{169}{196}$$

$$\sqrt{\frac{169}{196}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{169}} = \frac{13}{14}$$

மாதிரி 2 : வர்க்க மூலம் காண்க :

$$\frac{18}{50}$$

$$\frac{18}{50} = \frac{9 \times 2}{25 \times 2} = \frac{9}{25}$$

$$\sqrt{\frac{18}{50}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$$

மாதிரி 3 :-

$1\frac{7}{9}$ ன் வர்க்க மூலம் காண்க.

$$1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

பயிற்சி :- வர்க்க மூலம் காண்க :-

1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{100}$ 3) $\frac{4}{9}$ 4) $\frac{49}{8}$ 5) $\frac{441}{2500}$

6) $1\frac{9}{16}$ 7) $6\frac{1}{4}$ 8) $1\frac{18}{32}$ 9) $\frac{512}{162}$ 10) $20\frac{80}{121}$

தசம எண்ணின் வர்க்க மூலம்

0,2ன் வர்க்கம் $= 0.2^2 = 0.2 \times 0.2$
$= 0.04$

ஆகையால் 0.04ன் வர்க்க மூலம் $= 0.2$

$0.12^2 = 0.0144$
ஃ $\sqrt{0.0144} = 0.12$

4, 6, 144,......முழுவர்க்கம் எண்களாகும்.

ஆனால் 0.4,0.016,0.144 .. ... போன்றவை வர்க்க எண்களாகா.
தசம எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில் எண்ணில் இருந்ததில் பாதி இலக்கங்கள் இருக்கும்.

வர்க்க மூலம் காண்க : 1.44

$\sqrt{1.44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}} = \frac{12}{10} = 1.2$

$\sqrt{0.0016} = 0.04$

$\sqrt{0.0025} = 0.05$

$\sqrt{0.0289} = 0.17$

பயிற்சி : வர்க்க மூலம் காண்க :

1) 0.0256 2) 0.0009 3) 0.0484 4) 2.25 5) 0.00484

வர்க்க மூலம் காண்க. 0.7569

```
          .87
     _________
  8  | 0.7569
     |  64
     |  ----
167  |  11'69
     |  1169
     |  ----
     |    0
```

$\sqrt{0.7569} = 0.87$

முழு எண்ணுக்கு வர்க்கமூலம் காண்பது போல கண்டுபிடிக்கவும் தசம புள்ளிகள் எண்ணுக்கு தக்கவாறு அமையும்.

மாதிரி 2 :- வர்க்க மூலம் காண்க. 121.2201

```
           11.01
      ___________
   1  | 121.2201
      |  1
      |
  21  |  21
      |  21
      |  ----
2201  |  2201
      |  2201
      |  ----
      |    0
```

$\sqrt{121.2201} = 11.01$

வர்க்க மூலம் காண்க :

1) 54756 2) 0.017056 3) 53.4361 4) 0.0676 5) 547.56

வர்க்கமூலம்

வர்க்க மூலத்தை பயன்படுத்திக் கணக்குகள் செய்தல்

மாதிரி : 1 ஒரு தோட்டத்தில் வரிசை வரிசையாக 1225 தென்னை மரங்கள் இருக்கின்றன. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் எத்தனை மரங்களோ அத்தனை வரிசைகள் இருக்கின்றன. வரிசைகள் எத்தனை?

வரிசைகள் எண்ணிக்கை x என்க.

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள மரங்கள் x.

மொத்த மரங்கள் $x \times x = x^2$

$x^2 = 1225$

$x = \sqrt{1225} = 35.$

```
      3.5
 3  | 12.25
    |  9
 65 |  3.25
    |  3 25
```

வரிசைகள் = 35

மாதிரி 2 - ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பு 16 ஹெக்டர். அதன் பக்க அளவு யாது?

சதுர நிலத்தின் பரப்பு = .16 ஹெக்டேர்.

= $.16 \times 10000$ ச.மீ.

= 1600 ச.மீ.

$\sqrt{1600} = \sqrt{16} \times \sqrt{.00}$

$= 4 \times 10 = 40$மீ.

மாதிரி 3 :- ஒரு செவ்வக தோட்டத்தின் நீள, அகலங்கள் 5 : 3 விகிதத்திலிருக்கின்றன. நிலத்தின் பரப்பு 6 ஹெக்டர். அதன் நீள அகலங்களைக் காண்க.

தோட்டத்தின் நீளம்; அகலம் = 5 : 3

நீளம் $5x$ மீ, என்க,

அகலம் $3x$ மீ.

பரப்பு = $5x \times 3x = 15x^2$ ச. மீ,

கணக்கின்படி தோட்டத்தின் பரப்பு = 6 ஹெக்டர்

$= .6 \times 1000$ ச. மீ.

$= 6000$ ச. மீ.

$$15x^2 = 6000$$

$$x^2 = \frac{6000}{15} = 400$$

$$x = \sqrt{\frac{15}{400}} = 20$$

தோட்டத்தின் நீளம் $= 5x = 5 \times 20 = 100$ மீ.

அகலம் $= 3x = 3 \times 20 = 60$ மீ.

மாதிரி 4 :- $A \prod r^2$ என்னும் சூத்திரத்தில் $A = 679.14$, $\Pi = 3\frac{1}{7}$ எனில் r ன் மதிப்பைக் காண்க.

$$6{\cdot}9.14 = \frac{22}{7} \times r^2$$

$$r^2 = \frac{\overset{30.87}{\overset{61.74}{679.14}} \times 7}{\underset{2}{22}} = 216.09$$

	14	7
1	$\dot{2}\dot{1}$	$\dot{6}.0\dot{9}$
	1	
24	116	
	96	
287	2009	
	2009	
	0	

$$r = \sqrt{\overline{216}\,\overline{09}}$$

$$= 14.7$$

மாதிரி :- 147 மீ. நீளம் 75மீ அகலமுள்ள செவ்வகத் தோட்டம் ஒன்றை விற்றுவிட்டு சதுரவடிவில் தோட்டமொன்று வாங்கினால் அதன் பக்க அளவு யாது?

தோட்டத்தில் நீளம் 147 மீ அகலம் 75 மீ.

பரப்பு $= 147 \times 75$

$= 21 \times 7 \times 3 \times 25$

$= 3 \times 7 \times 7 \times 3 \times 5 \times 5$ காரணிகளாகப் பிரிக்க.

சதுர வடிவத்தோட்டத்தின் பரப்பு $= 3 \times 7 \times 7 \times 3 \times 5 \times 5$ ச.மீ.

பக்கம் $= \sqrt{3 \times 7 \times 7 \times 3 \times 5 \times 5}$

$= 3 \times 5 \times 7$

$= 15 \times 7 = 105$ மீ.

மாதிரி 6 :- ஐந்து இலக்கங்களில் மிகப் பெரிய வர்க்க எண் யாது?

5 இலக்கங்களில் மிகப் பெரிய எண்ணான 99999க்குக் குறைந்த அடுத்த வர்க்க எண் என்னவென்று காணவேண்டும்.

99999க்கு வர்க்க மூலம் காணவும்.

	316
3	99999
	9
61	99
	61
26	8899
	3756
	143

மீதி 143 ஐ 99999ல் கழித்த விடையே தேவையான எண்ணாகும்

99999—143

= 99856

மாதிரி 7 :- 960 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் விடை ஒரு வர்க்க எண்ணாக இருக்கும்?

$960 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

காரணிகளில் ஜோடியில்லாமல் உள்ளவை 3,5 ஆதலால் 3 X 5 அல்லது 15 ஆல் பெருக்க [960ஐ] விடை வர்க்க எண் ஆகும்.

பயிற்சி :-

1) 3,2,4, காரணர்கள் கள சதுர அமைப்பில் நிற்க வைக்கப்பட்டனர். அதாவது ஒரு வரிசைக்கு எத்தனை பேரோ, அத்தனை வரிசைகளாக ஒவ்வொரு வரிசையிலும் நின்றது எத்தனை பேர்? [18]

2) 1685, 102 ச.மீ பரப்புக் கொண்ட சதுர வயல்ன் பக்க அளவு யாது அதன் சுற்றளவு என்ன? [41, 05, 164, 22]

3) $s = \frac{1}{2}grs^2$ என்னும் சூத்திரத்தில் $g = 96$; $s = 120{:}2,5$ எனில் 1ன் மதிப்பு என்ன?

4) ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம்; அகலவிகிதம் 3:2 அதன் பரப்பு 24 ஹெக்டேர், அதன் நீள அகலமென்ன? [600, 400]

5) 3 இலக்கங்கள் கொண்ட மிகப் பெரிய வர்க்க எண் என்ன? [69]

6) 48ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் பெருக்க முழுவர்க்கமாகும்? [3]

பகுதி 1 : சதவீதம் (PERCENTAGG)

முன்னுரை : ஒரு மாணவன் ஒரு தேர்வில் தமிழில் 25க்கு 16 மதிப்பெண்களும், கணிதத்தில் 20க்கு 11 மதிப்பெண்களும் பெற்றான். இரண்டு பாடங்களிலும் மொத்த மதிப்பெண்கள் வெவ்வேறாக உள்ளன. ஆகவே மதிப்பெண்களை நேரடியாக ஒப்பிட்டு அவன் எதில் அதிக மதிப்பெண்கள் வாங்கினான் எனக் கூற முடியாது. மொத்த மதிப்பெண்கள் சமமாக இருந்தால் தான் அவன் திறமையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கலாம்.

மதிப்பெண்களை 100க்கு இவ்வளவு எனக் கூறுவது இயல்பு

தமிழில் 25க்கு அவன் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 16

∴ 100க்கு அவன் பெற்றது $= \frac{16}{25} \times 100 = 64$

கணிதத்தில் 20க்கு அவன் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 11

∴ 100க்கு அவன் பெற்றது $= \frac{11}{20} \times 100 = 55$

அவன் தமிழில் அதிக மதிப்பெண்கள் வாங்கியுள்ளான் என அறிகிறோம்.

100க்கு இவ்வளவு வீதம் என்று கணக்கிட்டுச் சொல்வதைச் ''சதவீதம்'' என்கிறோம். சதவீதத்தை % எனக்குறிக்கிறோம். சதம் என்றால் 100

$$\frac{64}{100} = 64\%$$

சதவீதம் 100 ஐப் பகுதி எண்ணாகக் கொண்ட பின்னமாகும். சதவீதத்தை சமமதிப்புள்ள சாதாரண பின்னமாகவோ அல்லது தசம பின்னமாகவோ மாற்றி எழுதலாம்.

சதவீதம்	சாதாரண பின்னம்	தசமபின்னம்
32·/.	$\frac{32}{100}$	0.32
98·/.	$\frac{98}{100}$	0.98

நாம் சதவீதத்தை கீழ்க்கண்டவற்றில் பயன்படுத்துகிறாம்.

i) பாங்குகளில் வட்டி வீதம்.

ii) வணிகத்தில் இலாபம் அல்லது நஷ்டம் சதவீதம்.

iii) வணிகத்தி தள்ளுபடி சதவீதம்

iv) மக்கள் தொகை உயர்வு, பிறப்பு, இறப்பு வீதங்கள்

v) தேர்தலில் வாக்கு பதிவு

vi) ஏற்றுமதி, இறக்குமதி வீதம்

vii) உணவு உற்பத்திப் பெருக்கம் அல்லது குறைவு

viii) மதிப்பெண்களில் சதவீதம் முதலியன.

சதவீதத்தைப் பின்னமாக மாற்றுதல் :

a) $12\frac{1}{2}$./. ஐ சாதாரண பின்னமாக மாற்றுக.

$$12\tfrac{1}{2}\cdot/. = \frac{12\frac{1}{2}}{100} = \frac{25}{2 \times 100}$$

$$= \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

b) $12\frac{1}{2}$ஐ தசம பின்னமாக மாற்றுக.

$$12\tfrac{1}{2} = 12.5\cdot/. = \frac{12.5}{100} \qquad = \quad .125$$

II a) $\frac{2}{3}$ என்ற பின்னத்தைச் சதவீதமாக்குக.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 100\%$$

$$= \frac{200}{3}\%$$

$$= 66\tfrac{2}{3}\%$$

b) 0.05 என்ற தசம பின்னத்தைச் சதவீதமாக்குக.

$$0.05 = 0.5 \times 100\%$$
$$= 5\%$$

பயிற்சி : 1) பின்வரும் சதவீதங்களைப் பின்னங்களாக மாற்றுக:-

a) 9% b) 75% c) $7\tfrac{1}{3}\%$ d) $6\tfrac{1}{4}\%$

II) பின்வரும் சதவீதங்களைப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

a) $33\tfrac{1}{3}\%$ b) $66\tfrac{2}{3}\%$ c) $8\tfrac{1}{3}\%$ d) $16\tfrac{2}{3}\%$

III) பின்வருபவற்றைச் சதவீதங்களாக மாற்றுக.

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{25}$ d) 0.125 e) 0.1625 f) 00.2

மாதிரி 1 : 1 கிலோகிராமில் 25 கிராம் என்ன சதவீதமாகும்?

1 கிலோகிராம் = 100 கிராம்

1000 கிராமில் 25 கிராம் என்பது $\frac{25}{1000}$ என்னும் பின்னமாகும்

$$\frac{25}{199} = \frac{25}{100} \times 100\% = \frac{25}{10}\% = 2.5$$

மாதிரி 2 : ஒரு தொழிற்சாலையில் மூலதனம் ரூ. 1.75.00. ஓர் ஆண்டில் கிடைத்த இலாபம் மூலதனத்தில் 15%. எனில் இலாபம் எவ்வளவு எனக் காண்க.

மூலதனம் ரூ. 1.75.000

$$15\cdot/. = \frac{15}{100}$$

இலாபம் ரூ. 1.75,000 இல் 15·/.

$$= ரூ.\ 1.75,000 \times \frac{15}{100}$$

= ரூ. 26,250

பயிற்சி 1 :- ஒரு வகுப்பில் 160 மாணவர்களில் 140 பேர் தேறினர். தேறியவர்கள் சதவீதம் எவ்வளவு?

2) ஒரு கூடையிலிருந்து 140 பழங்களில் 21 பழங்கள் அழுகி விட்டன அழுகிய பழங்கள் மொத்தத்தில் எத்தனை சதவீதம்?

3) ஒருவரது மாத வருமானம் ரூ. 900 அவரது மாதச் செலவு ரூ. 800. அவரது சேமிப்பு, வருமானத்தில் எவ்வளவு சதவீதமாகும்?

4) ஒரு கடிகாரத்தின் விலை ரூ. 250. இதில் 15·/. தள்ளுபடி கிடைத்தால் தள்ளுபடி எவ்வளவு எனக் காண்க.

5) ரூ 50,000 மதிப்புள்ள கார் 12½·/. தள்ளுபடியில் விற்கப்பட்டால் தள்ளுபடி எவ்வளவு எனக் காண்க.

பகுதி II இலாப நஷ்டம் (Profit and Loss)

வியாபாரம் செய்வதன் நோக்கம் இலாபமடைதல், ஒரு பொருளை வாங்கிய விலைக்குக் கொள் விலை என்றும் அதை விற்ற விலைக்கு விற்பனை விலை என்றும் பெயர். விற்பனை விலை, கொள்விலைக்கு எவ்வளவு அதிகமோ அதற்கு இலாபம் (Porfit) என்று பெயர். கொள் விலை விற்பனை விலையை விட அதிகமானால் இவற்றின் வித்தியாசம் நஷ்டம் (Loss)

கொள் விலை + இலாபம் = விற்பனை விலை

கொள் விலை − நஷ்டம் = விற்பனை விலை

மாதிரி 1:- ரூ24க்கு வாங்கிய ஒரு பொருளை என்ன விலைக்கு விற்றால் 12% இலாபம் கிடைக்கும்?

வேண்டிய இலாபம் ரூ. $24 \times 12\frac{1}{2}\%$

$= 24 \times \frac{25}{2} \times \frac{2}{100}$

= ரூ. 3

∴ விற்பனை விலை = ரூ 24 + ரூ 3

= ரூ. 27

மாதிரி 2 :- ஒரு பொருளை ரூ. 6க்கு வாங்கி, ரூ $7\frac{1}{2}$க்கு விற்றால் இலாபமா நஷ்டமா? எத்தனை சதவீதம்?

விற்பனைவிலை, கொள்விலைக்கு அதிகமாதலால் இலாபம்.

இலாபம் = விற்பனை விலை — கொள் விலை

= ரூ. $7\frac{1}{2}-6$

= ரூ. $1\frac{1}{2}$

கொள் விலை ரூ. இன் சதவீதமாக இலாபம்

$= (1\frac{1}{2} \div 6) \times 100\%$

$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{6}\ 100\% = 25\%$

பயிற்சி :- கீழ்வருவனவற்றில் விற்பனை விலைகளைக் கண்டுபிடி:-

a) டால்டா 1 கி கி ரூ.. 4, இலாபம் 10%

b) துவரம் பருப்பு 1லி ரூ. 4.25, இலாபம் 20%

c) விறகு ஒரு மெ.டன் ரூ. 80, இலாபம் 15%

d) புத்தகங்கள் ரூ. 150, நஷ்டம் 7%

e) வீடு ரூ. 24,000 இலாபம் $1\frac{1}{2}$%

விடைகள் : a) ரூ. 4.40 b) ரூ. 5.10 c) ரூ 92 d)ரூ. 138.75 e) ரூ 26760

II. கீழ்வருவனவற்றில் இலாபமா? நஷ்டமா, எத்தனை சதவீதம் என்று கண்டுபிடி :-

		கொள்விலை	விற்பனை விலை
a)	மாடு	ரூ. 350	ரூ. 420
b)	ரேடியோ செட்	ரூ. 750	ரூ. 850
c)	பஸ்	ரூ. 48,000	ரூ. 64,000
d)	அரிசிமூட்டை	ரூ. 65	ரூ. 71,50
e)	அச்சிடும் இயந்திரம்	ரூ. 60,000	ரூ. 51,000
f)	மின்விசிறிகள்	ரூ. 1,200	ரூ. 1,114

விடைகள் - a) 20% லாபம் b) $13\frac{1}{3}\%$ லாபம் c) $32\frac{1}{3}\%$ லாபம் d) 10% லாபம் e) 15% நஷ்டம் f) $7\frac{1}{6}\%$ நஷ்டம்

மாதிரி 3 :- ஒரு பொருளை ரூ. 27க்கு விற்று ஒருவர் ரூ. 2 இலாபம் அடைந்தார். அடைந்த இலாப சதவீதம் என்ன?

கணக்குப்படி விற்பனை விலை ரூ. 27

இலாபம் ரூ. 2

∴ கொள் விலை = ரூ. 27—2

= ரூ. 25

இலாபம் $= \frac{2}{25} \times 100\% = 8\%$

பயிற்சி :- பின்வருவனவற்றில் இலாப அல்லது நஷ்ட சதவீதத்தைக் கணக்கிடுக.

		விற்பனை வீலை	இலாபம் அல்லது நஷ்டம்
a)	மேசை	ரூ 75	ரூ 15 இலாபம்
b)	கட்டில்	ரூ 120	ரூ 15 இலாபம்
c)	நாற்காலி	ரூ 28	ரூ 4 இலாபம்
d)	பெஞ்சு	ரூ 47	ரூ 9 நஷ்டம்
e)	பீரோ	ரூ 131	ரூ 18 நஷ்டம்
f)	ரேடியோ	ரூ 250	ரூ 30 நஷ்டம்

விடைகள் :- a) 25% லாபம் b) $14\frac{2}{7}\%$ லாபம் c) $16\frac{2}{3}\%$ லாபம் d) $16\frac{1}{14}$ நஷ்டம் e) 12% நஷ்டம் f) $10\frac{5}{7}\%$ நஷ்டம்

வரிகள் (TAXES)

பகுதி 1 :-

முன்னுரை:- ஒரு நாட்டின் நிர்வாகச் செலவிற்காக, அரசினர் வரி விதிக்கிறார்கள். கிராமங்கள், நகரங்கள், இவற்றில் பஞ்சாயத்து, நகராட்சி அல்லது மா நகராட்சி அதிகாரிகள், கல்வி, சுகாதாரம் முதலானவைகளின் செலவிற்காக சிலவரிகளை விதிக்க அதிகாரம் பெற்றிருக்கின்றனர். எக்காரணத்திற்காக வரிகள் வசூலிக்கப்படுகின்றனவோ அவற்றின் பெயரால் வரிகள் குறிக்கப்படும்.

உதாரணம் : கல்வி வரி, நிலவரி, வருமான வரி, விற்பனை வரி.

வருமான வரி சாதாரணமாக ரூபாய்க்கு இத்தனை பை என்ற வீதத்தில் விதிக்கப்பட்டது. இப்பொழுது சதவீதத்தில் கூறப்படுகிறது. வருமானத்தில் ஒரு பகுதிக்கு வரி விலக்கு உண்டு. மீதிக்குத் தான் வரி உண்டு. வருமானத்திலிருந்து ஆயுள் இன்ஷூரன்சு பிராவிடண்ட்பண்டு போன்றவற்றில் செலுத்தப்படும் தொகைகளுக்கு வரிவிலக்கு உண்டு.

மொத்த வருமானத்தின் வரி போக மீதியுள்ள பாகத்திற்கு நிகர வருமானம் எனப்பெயர்.

மாதிரி 1 : ஹெக்டேருக்கு ரூ 5 வீதம் 8 ஹெக்டேர் நிலத்திற்கு வரி எவ்வளவு?

1 ஹெக்டேருக்கு நிலவரி ரூ. 15

8 ஹெக்டேருக்கு நிலவரி = ரூ 8 × 15

ரூ 120

மாதிரி 2 :- ரூ. 450க்கு பொருட்கள் வாங்கியவர் ரூபாய்க்கு 4 பை வீதம் செலுத்த வேண்டிய விற்பனை வரி எவ்வளவு?

1 ரூபாய்க்குச் செலுத்த வேண்டிய விற்பனை வரி 4 பை

ரூ. 450க்கு செலுத்த வேண்டிய விற்பனை வரி $= 450 \times \frac{4}{100}$

$=$ ரூ. 18

மாதிரி 3 :- வீட்டு வரி வீட்டின் மதிப்பில் $1\frac{1}{4}$%. இவ்வகையில் ஒரு வீட்டின் சொந்தக்காரர் ரூ. 85 வரி செலுத்தினால் வீட்டின் மதிப்பு என்ன?

ரூ$1\frac{1}{4}$ வீட்டுவரி செலுத்தினால் வீட்டின் மதிப்பு ரூ. 100

ரூ 85 வீட்டுவரி செலுத்தினால் வீட்டின் மதிப்பு $=$ ரூ. $\frac{100 \times 85 \times 4}{5}$

$=$ ரூ. 6,800

மாதிரி 4 :- வரிவீதம் ரூபாய்க்கு 9 பையிலிருந்து 8 பையாகமாறிய போது வரி ரூ. 72.50 குறைந்தது. எத்தொகைக்கு வரி கணக்கிடப்படுகிறது?

1 பை குறையும்போது வரி கணக்கிடப்படும் தொகை ரூ. 1

ரூ. 72.50 குறையும்போது வரி கணக்கிடப்படும் தொகை ரூ 7.580

மாதிரி 5 :- ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 1,500 வருட வருமானத்தில் ரூ. 10,000க்கு வரி விலக்குண்டு. மீதியில் முதல் 5,000க்கு வரிவீதம்15.%. அடுத்த ரூ.5,000க்கு வரி வீதம் 20.% எனில் அவர் செலுத்த வேண்டிய வருமான வரியைக் கணக்கிடுக.

மாத வருமானம் $=$ ரூ 1,500

வருட வருமானம் $=$ ரூ. $1,500 \times 12$

$=$ ரூ. 18,000

வரி விலக்குப் பெறும் தொகை ரூ. 10,000

மீதி வருமானம் ரூ. 8,000

முதல் ரூ.5,000க்கு 15.% வீதம் வரி $=$ ரூ $5000 \times \frac{15}{100} =$ ரூ.750

மீதியுள்ள ரூ.3000க்கு 20.% வீதம் வரி $=$ ரூ $3000 \times \frac{20}{100}$ ரூ. 600

மொத்த வருமான வரி $=$ ரூ. $750 + 600$

$=$ ரூ. 1,350

பயிற்சி : 1) வாழைப் பயிருக்கு ஹேக்டேர் ஒன்றுக்குச் செலுத்த வேண்டிய நிலவரி ரூ. 150. ஆனால் 3 ஹேக்டேர் வாழைப்பயிர் செய்துள்ளவர் செலுத்த வேண்டிய நிலவரி எவ்வளவு?

2) ரூ 750க்கு வானொலிப் பெட்டி வாங்கியவர் ரூபாய்க்கு 2பை வீதம் செலுத்த வேண்டிய விற்பனைவரி எவ்வளவு?

3) வீட்டுவரி வீட்டுவாடகை மதிப்பில் 1½. மடங்கு ஒரு வீட்டின் வாடகை மதிப்பு ரூ. 300 எனில் வீட்டு வரியைக் கணக்கிடுக.

4) சுங்கவரி 75./· எனில் 10,000 மதிப்புள்ள பொருட்கள் வெளி நாட்டிலிருந்து கொண்டு வருபவர் செலுத்த வேண்டிய சுங்கவரி எவ்வளவு?

பகுதி II தனிவட்டி (Simple Interest)

முன்னுரை ;

பிறர் வீட்டை உபயோசிப்பதற்காக வீட்டு வாடகை, வண்டியை உபயோகிப்பதகு வண்டி வாடகை இப்படியே பிறர் பொருளை உபயோகிப்பதற்காப் பணம் கொடுக்கிறோம். இப்பணம் உபயோகிக்கப்பட்ட பொருளின் விலை அன்று. மேலும், வண்டியை உபயோகித்த பின் வண்டி வாடகையும், பஸ்ஸில் ஏறிய சிறிது நேரத்தில் கட்டணமும், புகை வண்டியில் ஏறுவதற்கு முன்னமேயே கட்டணமும் கொடுக்கின்றோம். பிறர் பொருளை உபயோகிப்பதற்கு ஒப்புக்கொண்டபடி பணம் கொடுக்க வேண்டும்.

செலவுக்குப் பணம் தேவையாகும்போது பிறரிடம் கடன் வாங்குகிறோம். அதை உபயோகிப்பதற்காகக் கொடுப்பது வட்டியாகும். கடன் வாங்கிய தொகை அசல் எனப்படும். வட்டியை ஒப்புக்கொண்ட காலத்தில் கொடுக்க வேண்டும். அதை வருடத்திற்கு ஒரு முறை கணக்கிட்டு, வாங்குவது வழக்கம். வங்கிகளில் நம் சேமிப்புக்கு வட்டியை 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கணக்கின்றனர். நாம் பொற்றுக் கொள்ளாவிடில் நம் சேமிப்புடன் வட்டியைச் சேர்த்து விடுகின்றனர். அதுமுதல் அந்த வட்டிக்கும் வட்டி கிடைக்கும்.

நம் நாட்டில், பழங்காலத்தில், கணக்குத் தீர்க்கும் காலத்தில் தான் வட்டி கொடுக்க வேண்டியதாகக் கருதினர். இம்முறைக்குத் தனிவட்டி (Simple interest) என்பது பெயர். இம் முறையில் வட்டியைக் காலம், அசல் என்பனவற்றின் விகிதப்படி கண்டுபிடிக்கலாம்.

மாதிரி 1

ரூ. 525 அசலுக்கு 2 வருடம் 6 மாதத்திற்கு 8% வீதம் வட்டி என்ன? தொகை என்ன?

8% எனில் ரூ. 100க்கு 1 வருடவட்டி = ரூ. 8.

ஆகையால் ரூ. 525-க்கு, $2\frac{1}{2}$ வருட வட்டி = ரூ. $525 \times \frac{8}{100} \times \frac{5}{2}$

= ரூ. 105

மொத்தத் தொகை = அசல் + வட்டி = ரூ. 525 + 105

= ரூ. 630

மாதிரி 2 :-

ஒருவர் 10—1—80 அன்று ரூ. 500ஐக் கடன் வாங்கி $6\frac{1}{4}$% வீதம் வட்டி சேர்த்து 24—3—80 அன்று கடனை அடைந்தார். அவர் செலுத்திய தொகை என்ன?

கடன் வாங்கியிருந்த காலம் 10—1—80 முதல் 24—3—80 வரை இவ்விரு நாட்களில் ஏதாவது ஒன்றைவிட்டு, மற்றதைச் சேர்க்க, நாட்கள் 73

அதாவது காலம் = $\frac{73}{365}$ வருடம்

100க்கு 1 வருட வட்டி = ரூ. $6\frac{1}{4}$

ரூ. 500க்கு, $\frac{73}{365}$ வருடத்திற்கு வட்டி

= ரூ. $\frac{25}{4} \times \frac{73}{365} \times \frac{500}{100}$ = ரூ. 625

தொகை ரூ. 500 + 6.25 = ரூ. 506 25

தனிவட்டி சூத்திரம் : ரூ. P மீது, r·/. வீதம், வருடங்களில் தனிவட்டி என்ன? ரூ.100க்கு 1 வருட வட்டி = ரூ. r

ரூ. 1க்கு 1வருட வட்டி = ரூ. $\frac{r}{100}$

ரூ. Pக்கு 1 வருட வட்டி = ரூ. $\frac{r}{100} \times P$

ரூ. Pக்கு n வருட வட்டி = ரூ. $\frac{r}{100} P \times n$

$$= \text{ரூ. } \frac{Pnr}{100}$$

$$\frac{Pnr}{100}$$

வட்டி ரூ 1 எனில் $1 = \frac{Pnr}{100}$

தொகை = அசல் + வட்டி

$$= P + \frac{Pnr}{100}$$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

மாதிரி 3 :- ரூ 750 அசல்மீது 6 வருடங்கட்கு 5·/. வீதம் வட்டி, தொகை காண்க.

P = ரூ. 750 $\qquad$ n = 6 $\qquad$ r = 5·/.

$$I = \frac{Pnr}{100} = \frac{\text{ரூ } 750 \times 6 \times 5}{100}$$

= ரூ. 225

தொகை = ரூ. 750+225

= ரூ. 975.

பயிற்சி, வட்டி, தொகை காண்க

1) ரூ. 8,500 அசல், $2\frac{1}{2}$ வருடம் 8·/. வீதம்.

2) ரூ. 9,000 அசல், 3 வருடம் $8\frac{1}{3}$·/. வீதம்.

3) ரூ. 5,280 அசல்: 4 வருடம் $3\frac{1}{2}$·/. வீதம்,

3) ரூ. 1,200 அசல், 2 வரு 3 மா 5·/. வீதம்.

5) ரூ. 4,700 அசல், 5 வரு 6 மா $6\frac{2}{3}$·/. வீதம்.

விகிதம்—விகிதசமம்—நேர்விகிதம்

பகுதி 1 :

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட ஒரே இன இராசிகளை ஒப்பிடும் முறையே விகிதம் எனப்படுகிறது.

உதாரணமாக A என்பவரிடம் 100 ஆடுகள் உள்ளன. B என்பவரிடம் 75 ஆடுகள் உள்ளன என்று வைத்துக் கொள்வோம். அப்போது அவர்களிடம் உள்ள ஆடுகளின் விகிதம் 100 : 75 என்று கூறுகிறோம். 100 : 75 என்பதை சுருக்கி 4 : 3 என்று கூறுகிறோம். (ஏனென்றால் 100 75 ஆகிய எண்களுக்கு 25 என்பது பொதுவான வகு எண்)

[உ-ம்-2]

A என்பவரின் தினக் கூலி ரூ. 10.50

B என்பவரின் தினக் கூலி ரூ. 7.00 என்க.

அவர்களின் தினக்கூலிகளின் விகிதம் 10.50 : 7.00

3 : 2

: என்னும் குறி is to என்ற அர்த்தத்தில் பயன்படுத்தப்படுகின்றது

விகிதத்தைப் பின்னமாகவும் கூறலாம். A:B சம்பள விகிதம் 4:3 என்பதை A ன் சம்பளமானது B ன் சம்பளத்தைப் போல் $\frac{4}{3}$ மடங்கு என்றும் கூறலாம்.

4 லிட்டர் பாலுடன் 1 லிட்டர் தண்ணீர்கலந்தால் பால் : தண்ணீர் = 4:1 என்று எழுத வேண்டும். இதை மாற்றி 1 : 4 என்று எழுதக் கூடாது. மாற்றி 1:4 என்று எழுதினால் 1 லிட்டர் பாலுடன் 4 லிட்டர் தண்ணீர் கலக்கப்பட்டுள்ளது என்ற தவறான பொருள் கொடுக்கும்

பால் : தண்ணீர் = 4:1 என்பதில் 4 என்பது முன்னுறுப்பு எனப்படும். 1 என்பது பின்னுறுப்பு எனப்படும்.

கவனிக்க வேண்டிய விதிகள் :

1) ஒப்பிடப்படும் அளவுகள் ஒரே இனத்தைச் சார்ந்தவையாக இருக்க வேண்டும்.

2) விகிதம் கூடியவரை சுருக்கப்படவேண்டும். அதாவது முன்னுறுப்பிற்கும், பின்னுறுப்பிற்கும் பொதுவான வகுஎண் இருக்கக் கூடாது.

3) விகிதத்தின் முன்னுறுப்பு, பின்னுறுப்புகள் முழு எண்ணாக அமைதல் வேண்டும். அதாவது பால் : தண்ணீர் = $5\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$ எனக் குறிக்கக் கூடாது. இதையே

பால் : தண்ணீர் = 11 : 3 எனக் குறிக்க வேண்டும்.

எ.கா. 1

அ) சுருக்கி எழுது

45 : 55

இந்த உறுப்புகளுக்கு பொதுவான வகு எண் 5. ஆகையால் இரு உறுப்புக்களையும் 5 ஆல வகுக்கலாம். ஆகவே 45 : 55 சுருங்கிய வடிவம் 9:11

அ) சுருக்கி எழுதுக :

$7\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$

முதலில் $4\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$ என்ற எண்கள் தசம பின்ன வடிவம் பெற வேண்டும்

$4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$ என்பது $\frac{9}{2}$ $\frac{15}{2}$ என்று ஆகிறது. இரண்டு உறுப்புகளுக்கும் பகுதி 2 ஆக அமைவதால் இரண்டு உறுப்புக்களையும் 2 ஆல் பெருக்க விகிதம் 9 : 15 என்றாகிறது. இவ்விரு உறுப்புக்களுக்கும் பொது வகுஎண் 3. ஆகவே 3 ஆல் வகுக்கலாம். இப்போது விகிதம் 3 : 5 என்றாகிறது. ஆகவே $4\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$ என்ற விகிதத்தின் சுருங்கிய வடிவம் 3 : 5

எ.கா. 2 :

கொடுக்கப்பட்ட இரு விகிதங்களில் எந்த விகிதம் பெரியது எனக் கூறுக,

4 : 7 : 12 : 13

4 : 7 என்பதை $\frac{4}{7}$ என்று எழுதலாம்.

12 : 13 என்பதை $\frac{12}{13}$ என்று எழுதலாம்.

ஆக $\frac{4}{7}$, $\frac{12}{13}$ என்ற பின்னங்களில் எது பெரியது என்று கண்டறிந்தால் போதுமானது. இரு பின்னங்களின் பகுதிகள் 7, 13 இவற்றின் மீச்சிறு மடங்கு 91 ஆகவே $\frac{4}{7} = \frac{52}{91}$ என்று மாஎறலாம் (13 ஆல் பெருக்க)

$$\frac{12}{13} = \frac{84}{91}$$ என்று மாற்றலாம் (7 ஆல் பெருக்க)

$\frac{52}{91}$, $\frac{84}{91}$ என்ற பின்னங்களில் $\frac{84}{91}$ என்ற பின்னமே பெரியது என்று தெளிவாகத் தெரிகின்றது. (ஏனென்றால் இரு பின்னங்களின் பகுதிகள் சமம் என்றால், எந்த பின்னத்தின் தொகுதி பெரியதோ அந்த பின்னமே பெரிய பின்னமாகும்) ஆகவே $\frac{84}{91}$ என்ற பின்னத்திற்குச் சமமாக 12 : 13 என்ற விகிதமே பெரியதாகும்.

எ.கா 3 :

A : B = 4 : 3
B : C = 5 : 3 என்றால்

A : B : C விகிதம் என்ன?

முதல் விகிதத்தில் Bன் பங்கு 3

இரண்டாம் விகிதத்தில் Bன் பங்கு 5

3, 5 ஆகிய எண்களின் மீச்சிறு மடங்கு 15. ஆகவே Bன் பங்கு 15 ஆக வருமாறு இரு விகிதங்களையும் மாற்ற முடியுமானால் A : B : C காணலாம்.

A : B = 4 : 3
= 20 : 15 (5 ஆல் பெருக்க)

B : C = 5:3

= 15:9 (3 ஆல் பெருக்க)

ஆகவே A:B:C = 20:15:9

பயிற்சி :-

1) விகிதங்களைச் சுருக்கி எழுதுக

i) 115 : 25 ii) $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$

iii) $\frac{7}{8} : \frac{1}{4}$

2) 5:6: 6:7 இவற்றில் எந்த விகிதம் பெரியது?

3) 11:9: 9:11 இவற்றில் எந்த விகிதம் சிறியது?

4) A யின் சம்பளம் ரூ.1,350: B யின் சம்பளம் ரூ. 900 இந்த விபரத்தை விகித ருபத்தில் எழுதுக.

5) A:B = 4;5 B:C = 4:3 என்றால் A:B:C எவ்வளவு?

விடைகள் :-

1) i) 2:25 ii) 3:5 iii) 7:2

2) $\frac{6}{7}$ பெறியது

3) $\frac{9}{11}$ சிறியது

4) 3:2

5) A:B:C = 16:20:15

பகுதி 2

விகித சமம்

2 பேனாக்களின் விலை ரூ 5 என்க. அதே விலையில் 4 பேனாக்களின் விலை ரூ. 10 ஆகும். பேனாக்களின் எண்ணிக்கை 2:4 என்று ஆகிறது. அதே போல் அவற்றின் விலைகளும் 5:10 என்று ஆகிறது. இந்த இரண்டு விகிதங்களும் சமம் ஆகும். ஆகவே இந்தத் தொடர்பை,

2 : 4 = 5 : 10 என்று எழுதலாம்.

இரு விகிதங்கள் சமமானால் அவை ஒரு விகிதத்தைக் கொடுக்கும் 2:4 = 5 : 10 என்பது ஒரு விகிதசமம். இந்த விகிதசமத்தில் நான்கு உறுப்புக்கள் உள்ளன. இந்த நான்கு உறுப்புக்களில் முதல் இரண்டு உறுப்புக்களும்பேனாக்களின்எண்ணிக்கையையும் கடைசி, இரண்டு உறுப்புகளும் அவற்றின் விலையையும் குறிக்கின்றன. நான்கு உறுப்புகளும் ஒரே இனத்தைச் சேர்ந்தவையாக இருக்க வேண்டும் என்ற கட்டாய மில்லை.

இந்த நான்கு உறுப்புக்களில் 2, 10 ஆகிய இரண்டும் கடையுறுப்புக்கள் எனவும் 4 ,5 ஆகிய இரண்டும் இடையுறுப்புகள். எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

ஒரு விகிதசமத்தில் கடையுறுப்புக்களின் பெருக்கற்பலனும், இடை. உறுப்புக்களின் பெருக்கற்பலனும் சமம் ஆகும்.

அதாவது 2 : 4 = 5 : 10 என்பதில் $2\times10 = 20$ மேலும்

$4\times5 = 20 \qquad \therefore 2\times10 = 4\times5$

ஆகவே இந்த நான்கு உறுப்புகளில் ஏதேனும் மூன்று தெரிந்தால் நான்காவது உறுப்பைக் கணக்கிடலாம்

எ.கா. 1) 3 : 5 = x : 15 என்றால் xன் மதிப்பைக் காண்க.
இடை உறுப்புக்களின் பெருக்கற்பலன்

= உறுப்புக்களின் பெருக்கற்பலன்

$\therefore 5 \times x = 3 \times 15$

$$\therefore x = \frac{3 \times 15}{5}$$

$$= 9$$

ஆகவே xன் மதிப்பு 9

எ.கா. 2

4,5,8, 0 என்ற எண்கள் இதே வரிசையில் விகித சமயத்தின் உறுப்புக்களாக அமையுமா?

கொடுத்துள்ள வரிசைப்படி விகிதசமம் அமைத்தால்

$4 : 5 = 8 : 10$

கடை உறுப்புக்களின் பெருக்கற்பலன் $4 \times 10 = 40$

இடை உறுப்புக்களின் பெருக்கற்பலன் $5 \times 8 = 40$

இரண்டு பெருக்கற்பலனும் சமம் ஆகவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள்

இதே வரிசையில் ஒரு விகித சமத்தை அமைக்கும்.

எ.கா. 3

$4a = 3b$ என்றால் $a:b$ எவ்வளவு?

ஒரு கடை உறுப்பு a என்க. ஆகவே மற்றொரு கடை உறுப்பு 4.

ஒரு இடை உறுப்பு b என்க. மற்றொரு இடை உறுப்பு 3.

விகிதசமம் $a : b = 3 : 4$

[சரி பார்த்தால் $4 \times a = 3 \times b$

$4a = 3b$]

எ.கா. 4

ரூ. 4000 ஐ A,B ஆகிய இருவருக்கு 5 : 3 என்ற விகிதத்தில் பிரித்துக் கொடுத்தால் ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு கிடைக்கும்?

மொத்தத் தொகை = ரூ. 4000

விகிதம் = 5:3

மொத்தப் பங்குகள் = $5+3 = 8$

8 பங்குகளின் மதிப்பு = ரூ. 4000

1 பங்கின் மதிப்பு ரு $\frac{4000}{8}$ = ரூ. 500

∴ Aக்கு கிடைப்பது 5 பங்கு = ரூ. 500 × 5

= ரூ. 2500

B க்கு கிடைப்பது 3 பங்கு = ரூ. 500 × 3

= ரூ. 1500

பயிற்சி

1) பின் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை விகிதசமமா அல்லவா என்று கூறுக.

i) 6 : 5 = 39 : 25

ii) 4 : 3 = 12 : 8

iii) 5 : 8 = 12 : 24

2) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விகித சமங்களில் xன் மதிப்பைக் காண்க.

i) 3 : x = 12 : 16

ii) 6 : 7 = x : 42

iii) 5 : 8 = 15 : x

3) 4m = 7n என்றால் m : n எவ்வளவு

4) ரு 500ஐ A,B ஆகிய இருவருக்கு 7 : 3 என்ற விகிதத்தில் பிரித்தால் ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு கிடைக்கும்?

5) ஒரு விகிதசமத்தின் கடைசி மூன்று உறுப்புகள் 0,8,4, என்றால் முதல் உறுப்பு எவ்வளவு?

விடைகள் :

1) i) விகிதசமம் ii) விகிதசமமல்ல iii) விகிதசமம்

2) i) $x = 4$ ii) $x = 36$ iii) $x = 24$

3) $m : n = 7 : 4$

4) A அடைவது ரூ. 350

B அடைவது ரூ. 150

5) முதல் உறுப்பு 20

நேர்விகிதசமம்

பகுதி 3

ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ 5 என்றால் 4 புத்தகங்களின் விலை ரூ. 20 என்று கணக்கிடமுடியும்.

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்க, அதிகரிக்க அவற்றிற்காக நாம் செலவழிக்கும் தொகையும் அதிகரிக்கின்றது. புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால், அவற்றின் மொத்த விலையும் அதே விகிதத்தில் குறைகின்றது. இம்மாதிரி மாறுபடும் விகிதத்தை நாம் நேர்விகிதம் என்கிறோம்.

நேர்விகித சமத்திற்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் :

1) ஆட்களின் எண்ணிக்கையும் அவர்களின் தினக்கூலியும்

2) பிரயாண நேரமும், சென்ற தூரமும்

3) பொருள்களின் எண்ணிக்கையும் அவற்றின் விலையும்

எ. கா 1

10 புத்தகங்களின் விலை ரூ, 25 எனில் 50 புத்தகங்களின் விலை எவ்வளவு?

50 புத்தகங்களின் விலை ரூ. x என்க.

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை விகிதம் $= 10 : 50$

புத்தகங்களின் விலை விகிதம் $= 25 : x$

இவ்விகிதங்கள் சமம்

ஆகவே

$10 : 50 = 25 : x$

∴ $10 \times x = 50 \times 25$

$$x = \frac{50 \times 25}{10}$$

= ரூ. 125

∴ 50 புத்தகங்களின் விலை = ரூ. 125

எ.கா. 2 :

40 கூலியாட்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட மொத்த தினக்கூலி ரூ. 60 என்றால், 90 கூலியாட்களுக்கு கொடுக்கப்படவேண்டிய தினக்கூலி எவ்வளவு?

கூலியாட்களின் விகிதம் $40 : 6_0$

60 கூலியாட்களின் தினக்கூலி ரூ x என்க.

∴ தினக்கூலி விகிதம் = $60 : x$

∴ $40 : 60 = 60 : x$

∴ $40 \times x = 60 \times 60$

$$x = \frac{60 \times 60}{40} = 90$$

∴ 60 கூலியாட்களின் மொத்த தினக்கூலி ரூ 90

பயிற்சி

1) ரூ. 16000க்கு வருமான வரி ரூ. 320 என்றால் அதே விகிதத்தில் ரூ. 24000க்கு வருமான வரி எவ்வளவு?

2) 15 கிலோ காப்பிக்கொட்டையின் விலை ரூ. 180 என்றால் அதே விகிதத்தில் 8 கிலோ காப்பிக்கொட்டையின் விலை என்ன?

3) 12 குடைகளின் விலை ரூ. 300 ஆனால் அதே விகிதத்தில் 4 குடைகளின் விலை என்ன?

விடைகள்

1) ரூ. 480 2) ரூ. 96 3) ரூ. 100

பாடம்-10

கணித வாக்கியங்கள்

மாறி :

தேர்வு ஒன்றை எழுதிவிட்டுத் திரும்பும் மாணவன், ஒருவன் அந்-தத் தேர்வில் தான் 70லிருந்து 75 மதிப்பெண்கள் பெறலாம் எனக்-கூறுகின்றான் என்று வைத்துக்கொள்வோம். அம் மாணவனின் மதிப் பெண் 70, 71, 72, 73, 74, 75 ஆகியவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றாகத்தான் அமையும். அவனுடைய மதிப்பெண் x என்னும் குறியீட்டால் குறிக்கப் பெறுமானால் x மேற்கூறிய 6 மதிப்புக்களில் ஏதேனும் ஒன்றைப்பெறும் x ன் மதிப்பு எதுவாக வேண்டுமானாலும் இருக்கலாம். ஆகவே xஎன்பது ''மாறி எனப்படுகிறது. மேற்கூறிய உதாரணத்தில் x ஒரு சில குறிப்-பிட்ட மதிப்புக்களையே எடுக்க முடிகின்றது. அந்தச்சில குறிப்பிட்ட மதிப்புக்களை உள்ளடக்கிய கணம் பிரதியீட்டு கணம் (Replacement Set) எனப்படுகிறது. அந்தக்கணத்தில் உள்ள எந்த மதிப்பை x ஏற்றுக் கொள்கிறதோ, அம்மதிப்பை மட்டும் உள்ளடக்கிய கணம் தீர்க்கணம் (Solution Set) எனப்படுகின்றது.

மேலே குறிப்பிடப்பட்ட உதாரணத்தில் பிரதியீட்டு கணம் R = 70, 71, 72, 73, 74, 75} அத்தேர்வில் மாணவன் 73 மதிப்பெண்கள் எடுக்கிறான் என்று வைத்துக் கொள்வோம். அப்போது தீர்வுக்கணம் S = {73}

வினாவுக்குத் தகுந்தவாறு x ன் மதிப்புக்கள் வேறுபடும். x எப் போதும் முழு மதிப்புகளைத் தான் எடுக்க வேண்டும் என்பது அவசிய-மில்லை. உதாரணமாக ஒரு அறையின் நீளத்தை x மீ என்று 'குறிப்பிடு-வோமானால் xன் மதிப்பு முழு எண்ணாகத்தான் இருக்க வேண்டும் என்பது அவசியமில்லை.

எண்கணிதத்தில் செய்வது போலவே இங்கும் நான்கு அடிப் படைச் செயல்களான ''கூட்டல்'', ''கழித்தல்'', ''பெருக்கல்'', வகுத்தல்'', ஆகிய செயல்கள் பயன்படுகின்றன. ஒருவனிடம் ரூ. 5 உள்ளது. அவன் மேலும் ரூ 3 சம்பாதித்தான் என்றால் அவனிடம் உள்ள மொத்தரூபாய் 5+3 = 8 என்று கூற இயலும். ஆனால் அதற்கு மாறாக ஒருவனிடம் ரூ x உள்ளது. அவன் மேலும் ரூ. 8 சம்பாதித்

என்றால் அவனிடம் உள்ள மொத்தரூபாய் (x+8) என்றே குறிப்பிடு-கின்றோம். xன் மதிப்புத் தெரியாத வரையில் (x+8) மதிப்பைநிர்ண யிக்க முடிவதில்லை.

ஒருகடையில் முதல் நாள் வியாபாரம் ரூ x. இரண்டாம் நாள் வியாபாரம் ரூ.y என்றால் இரண்டு நாட்களிலும் சேர்ந்து மொத்த வியாபாரம் ரூ. (x+y) xன் மதிப்பு, yன் மதிப்பு தெரியாத வரையில் +y)ன் மதிப்பை நிர்ணயிக்க முடிவதில்லை.

ஒருவனின் மாதச் சம்பளம் ரூ. 1200 எனக்கொள்வோம். அவனு-டைய மாதச் செலவு ரூ. 1015 என்றால் அவனிடம் மாத இறுதியில் மீதி இருக்கும் தொகை ரூ. (1200-1015) = ரூ. 185 என்று அறியலாம். இதையே ஒருவனின் மாதச் சம்பளம் ரூ x என்றும் அவன் மாதச் செலவு ரூ. y என்றும் வைத்தோமானால் மாத இறுதியில் மீதி இருக்கும் தொகை ரூ.(x-y) என்று குறிப்பிடலாம்.

ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ.7 என்று வைத்துக்கொள்வோம். அம்மாதிரி 8 புத்தகங்களின் மொத்த விலை ரூ 7 × 8 = ரூ.56 என்று தெரியும் இதையே ஒரு புத்தகத்தின் விலை ரூ x என்று கொண்டால் 8 புத்தகங்களின் விலை ரூ 8x என்று கூறவேண்டும். புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையை y என்று வைத்துக் கொண்டோமானால் y புத்தகங்-களின் விலை ரூ (x×y) = ரூ.xy என்று குறிப்பிடுகின்றோம்.

100 கூலியாட்களின் தினக்கூலி ரூ. 700 என்றால் 1 கூலியாளின் தினக்கூலி ரூ. $\frac{700}{100}$ = ரூ. 7 என்று கணக்கிடமுடியும் இதையே 100 கூலியாட்களின் தினக்கூலிரூ.xஎன்றால்1கூலியாளின் தினக்கூலி ரூ. $\left\{\frac{x}{100}\right\}$ என்றுகுறிப்பிடவேண்டும். கூலியாட்களின் எண்ணிக்கையை y என்று வைத்துக் கொண்டோமானால் 1 கூலியாளின் தினக்கூலி ரூ. $\left\{\frac{x}{\quad}\right\}$ என்று குறிப்பிட வேண்டுந்.

ஆகவே எண்கணிதத்தில் பின்பற்றப்படும் முறையிலேயே இங்கும் அடிப்படைச் செயல்கள் பின்பற்றப்படுகின்றன. ஆனால் மாறியின் மதிப்பை அறியாத வரையில் விடையின் மதிப்பை நிர்ணயிக்க முடியாது பொதுவான விடையாகவே அமையும்.

மாறிகளைப் பயன்படுத்திக் கணக்குகள் செய்யும்போது கீழ்வருவனவற்றை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளுதல் நலம்.

1) மாறியின் மதிப்பு கணக்கிற்குக் கணக்கு வேறுபடலாம். அவைகளின் மதிப்பு நிரந்தரமானதல்ல.

2) மாறிகளைக் கூட்டும் போதும், கழிக்கும் போதும் அவை ஒரே இனமாக இருந்தால் தான் சுருக்கிக் கூற இயலும்.

(உ.ம்) $4x + 5x = 9x$ எனலாம்.

$4x + 3y$ என்பதை $4x + 3y$ என்றுதான் கூற இயலும்.

கணித வாக்கியங்கள் (Mathematical Sentences)

கணிதத்தில் நான்கு அடிப்படைச் செயல்களான $+ ; - ; \times ; \div$ இவையோடு' $\cup$, $\cap$ ஆகிய பல்வேறு செயல்கள் உள்ளன இச்செயல்களின் மூலம் கணித வாக்கியங்கள் அமைக்கப்படுகின்றன. ஒரு கணித வாக்கியத்தில் ஒன்று அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கணிதச் செயல்கள் பயன்படலாம்.

$x + 3 = 6$ என்பது ஒரு கணித வாக்கியம். இவ்வாக்கியம் உண்மையானதா, அல்லவா என்பது மாறியின் மதிப்பை பொறுத்து அமையும். மாறியின் மதிப்பு கொடுக்கப்படாத வரையில் (அல்லது கணக்கிடப்படாத வரையில் இவ்வாக்கியம் மெய்யானதா, மெய்யற்றதா என்று கூற இயலாது. ஆகவே இந்நிலையில் இவ்வாக்கியம் ஒரு நிறைந்த வாக்கியம் (Open Sentence) என அழைக்கப்படுகிறது.

$2 + 3 = 5$ என்பது ஒரு கணித வாக்கியமே. இவ்வாக்கியம் உண்மையான வாக்கியம். இது ஒருமுடியு வாக்கியமாகும். (Closed Sentence)

$2 \times 4 = 9$ என்ற வாக்கியம் மெய்யற்ற வாக்கியமாகும். ஆனால் இது ஒரு மூடிய வாக்கியமாகும். ஏனெனில் இவ்வாக்கியம் மெய்யற்றது என்பதை நம்மால் தீர்மானிக்க முடிகின்றது.

ஆகவே ஒரு வாக்கியம் மெய்யானதா மெய்யற்றதா என்று நம்மால் தீர்மானிக்க முடியுமென்றால் அவ்வாக்கியம் மூடிய வாக்கியம் எனப்படும்.

$x + 3 = 12$ ஒரு திறந்த வாக்கியம்

$x + 3$ என்பது ஒரு திறந்த சொற்றொடர்.

$5 + 3 = 8$ என்பது மூடிய வாக்கியம்

$5 + 3$ என்பது மூடிய சொற்றொடர்

ஒரு திறந்த சொற்றொடரின் மதிப்பைக்காண வேண்டும் என்றால் மாறியின் மதிப்பு நமக்கு தெரிய வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்

1) $a = 5, b = 3, c = 2$ என்றாம்

கீழ்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க

i) $7a + 5b$

$= 7 \times 5 + 5 \times 3$

$= 35 + 15 = 50$

ii) $4a + 3b - 5c$

$= 4 \times 5 + 3 \times 3 - 5 \times 2$

$= 20 + 9 - 10$

$= 29 - 19$

$= 10$

ii) $2ab + 4ca$

$= (2 \times 5 \times 3) + (4 \times 2 \times 5)$

$= 30 + 40$

$= 70$

iv) $\dfrac{4a + 5b}{(b + c)}$

$$= \frac{(4\times5) + (5\times3)}{(3+2)}$$

$= \frac{20 + 15}{5}$

$= \frac{35}{5}$

(v) $3ac - 4bc$

$= (3 \times 5 \times 2) - (4 \times 3 \times 2)$

$= 30 - 24$

$= 6.$

2) $C = 2\pi r$ என்ற சூத்திரத்தில்

$\pi = \frac{22}{7}$, $r = 14$ என்றால் Cன் மதிப்பு காண்க.

$C = 2\pi r$

$C = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$C = 88$

3) $V = u + at$ என்ற சூத்திரத்தில் $u = 30$; $a = 12$; $t = 2$ என்றால் Vன் மதிப்பு காண்க.

$V = u + at$

$V = 30 + (12 \times 2)$

$= 30 + 24 = 54$

4) $S = \frac{n(n+1)}{2}$ என்ற சூத்திரத்தில் n—30 என்றால் Sன் மதிப்பைக் காண்க.

$$S = \frac{30(30+1)}{2}$$

$$= \frac{30 \times 31}{2}$$

$S = 465$

5) முடிந்தவரை சுருக்கி எழுதுக.

$(3x+5y-4z)+(4x-3y+2z)+(-x+2y+7z)$ (ஓரின மாறிகளை தான் கூட்டமுடியும் என்பதை நினைவு கூற வேண்டும்).

இதைப் பின்வருமாறு மாற்றி எழுத.

$= 3x+4x-x+5y-3y+2y-4z+2z+7z$

$= 6z+4y+5z$ இதை மேலும் சுருக்க முடியாது.

6) ஒரு பள்ளியில் ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை x, ஆறாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அதைவிட y அதிகம் எட்டாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைவிட z குறைவு. மூன்று வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை } x

ஆறாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைவிட y அதிகம்

∴ ஆறாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை } $(x+y)$

எட்டாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை விட z குறைவு.

∴ எட்டாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை } $(x-z)$

∴ மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

$= x + (x+y) + (x-z)$

$= (3x + y-z)$

7) ஒரு சேனையில் உள்ள சிப்பாய்களின் எண்ணிக்கை 1600x, அவர்களை வரிசைக்கு 50x பேராக 4 வரிசைகளும் வரிசைக்கு 75x பேராக 8 வரிசைகளும் வரிசைக்கு 100x பேராக 4 வரிசைகளும் நிறுத்திய பிறகு மீதியிருப்பவர்கள் எத்தனை பேர்?

சிப்பாய்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= 1600x$

வரிசைக்கு 50x பேராக 10 வரிசைகளில் நின்றவர்களின் எண்ணிக்கை $= 10 \times 50x$

$= 500x$

வரிசைக்கு 75x பேராக 8 வரிசைகளில் நின்றவர்களின் எண்ணிக்கை $= 8 \times 75$

$= 600x$

வரிசைக்கு 100x பேராக 4 வரிசைகளில் நின்றவர்களின் எண்ணிக்கை $= 4 \times 100x$

$= 400x$

∴ வரிசைகளில் நின்றவர்களின் எண்ணிக்கை $= 500x + 600x + 400x$

$= 1500$

∴ மீதி இருப்பவர்களின் எண்ணிக்கை

$= 1600x - 1500x$

$= 100x$

பயிற்சி

1) $x = 4$, $y = 2$, $z = 5$ என்றால் கீழ்வரும் சொற்றொடர்களின் மதிப்பைக் காண்க.

a) $4x - 3y + 2z$

b) $3x - 5y + 4z$

c) $10x - 3y - 2x$

d) $x\ 3y - 2x$

2) இராமனிடம் ரூ. x உள்ளது. கோபாலிடம் அவனைவிட ரூ. y அதிகம் உள்ளது. இவரிடமும் சேர்ந்துள்ள மொத்த தொகை எவ்வளவு?

3) ஒரு பையில் 100x கோலிகள் இருந்தன. அதில் ஒருவருக்கு x வீதம் 8 பேருக்கும் ஒருவருக்கு 2x கோலிகள் வீதம் 15 பேருக்கும் கொடுத்த பிறகு பையில் எவ்வளவு கோலிகள் மீதமிருக்கும்?

4) $u = 8xy + 7yz + 8zx$ என்ற சூத்திரத்தில் $x = 5$, $y = 3$, $z = 2$ என்றால் பன் மதிப்பு என்ன?

5) முடிந்தவரை சுருக்கி எழுதுக.
$(3x + 2y - 4z) + (6x + 5y + 2z) + (8x - 4y + z)$

விடைகள்

1) (a) 32 (b) 22 (c) 24 (d) 0
2) $2x + y$
3) $62x$
4) 242
5) $5x + 3y - z$

பாடம்-11

சமன்பாடுகள்-1 மாறி

பகுதி 1

சென்ற பாடத்தில் நாம் திறந்த வாக்கியம், மூடிய வாக்கியம் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்தோம். இங்கு ஒரு மாறியல் அமையும் திறந்த வாக்கியங்களை அமைக்கும் முறையைப் பற்றியும், வாக்கியத்திலிருந்து மாறியின் மதிப்பைக்காணும் முறையையும் காண்போம்.

1) $4x = 20$ இது ஒரு திறந்த வாக்கியம் xன் பிரதியூட்டுக்கணம்

$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ என்று வைத்துக் கொள்வோம் $5 \in R$, இந்த மதிப்பைxக்கு கொடுக்கும் பொழுது $4x = 20$ என்னும் திறந்த வாக்கியம் மெய்யான வாக்கியமாக அமைகின்றது. Rல் உள்ள மற்ற மதிப்புகளை x ஏற்கும் போது $x = 20$ என்னும் வாக்கியம் மெய்யற்ற வாக்கியமாக அமைகின்றது. ஆகவே $4x = 20$; $x \in R$ என்ற திறந்த வாக்கியத்தின் தீர்வுக்கணம் $S = \{5\}$

2) $3x = 11$ இவ்வாக்கியத்தில் xன் பிரதியீட்டுக்கணம்

$R = \{3, 4, 5, 6\}$ என்போம். Rல் உள்ள எந்த மதிப்பை xஏற்றுக் கொண்டாலும் $3x = 11$ என்னும் திறந்த வாக்கியம் மெய்யான வாக்கியமாக அமைவதில்லை, ஆகவே $3x = 11$; $x \in R$ என்ற திறந்த வாக்கியத்தின் தீர்வுக்கணம் $\{ \quad \}$

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளில் இருந்து ஒரு திறந்த வாக்கியத்தின் தீர்வுக்கணம் அதன் பிரதியீட்டுக் கணத்தின் உட்கணமாக அமைகின்றது என்று அறிகிறோம்.

ஒரு திறந்த வாக்கியத்திற்கு தீர்வுக்கணம் ஒரு குறிப்பிட்ட பிரதியீட்டுக் கணத்தில் அமையாமல் இருக்கலாம். ஆனால் அதே திறந்த வாக்கியத்தின் தீர்வுக்கணம் மற்றொரு பிரதியீட்டுக் கணத்தை எடுத்துக் கொண்டு அமையலாம் உதாரணமாக

$x + 3 = 0$ $x \in N$ என்றால் தீர்வுக்கணம் வெற்றுக்கணம் ஏனெனில் Nல் உள்ள எந்த உறுப்பையும் xக்குப் பதிலாகப் பிரதியிட்டோமானால் மேற்கண்ட திறந்த வாக்கியம் மெய்யான வாக்கியமாக அமையாது.

ஆனால் $x + 3 \quad 0$ $x \in Z$ என்று வைத்துக் கொண்டோமானால் தீர்வுக்கணம் $\{-3\}$ ஏனெனில் $-3 \in Z$

ஒரு திறந்த வாக்கியத்தை ஒரு ''சமன்பாடு'' (Equation) என்று கூறலாம். திறந்த வாக்கியத்திலுள்ள மாறியின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கு முறைக்குச் ''சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல்'' என்று பெயர் மாறியின் மதிப்பே சமன்பாட்டின் ''தீர்வு'' எனப்படும்.

சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும்பொழுது நாம் சில அடிப்படை விதிகளை நினைவு கூற வேண்டும்.

i) சமன்பாட்டின் இருபுறங்களிலும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டினாலும் அல்லது கழித்தாலும் சமன்பாடு மாறாது.

ii) சமன்பாட்டின் இருபுறத்தையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கி-னாலோ, வகுத்தாலோ சமன்பாடு மாறாது.

இந்த விதிகளை கீழ்வரும் உதாரணங்களின் மூலம் எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம்.

எ.கா. 1

தீர்க்கவும்

$x + 3 = 18 \qquad x \in N$

இருபுறமும் -3ஐக் கூட்ட

$x + 3 - 3 = 18 - 3$

$x = 18 - 3 = 15;\ 15 \in N$

∴ தீர்வுக்கணம் + { 15 }

இக்கணக்கைச் செய்யும் போது முதல் படியில்
$x + 3 - 3 = 18 - 3$ என்று எழுதுகிறோம்.

இரண்டாம் படியில்

$x = 18 - 3 = 15$ என்று எழுதுகிறோம். பெரிய கணக்குகளைச் செய்யும்போது இந்த முதல்படியை விட்டு விடுவது வழக்கம். அதாவது

$x+3 = 18$

(ie) $x = 18 - 3$ என்று நேரடியாக எழுதிவிடலாம். அதாவது ''சமம்'' என்ற குறியீட்டுக்கு இடதுபுறமுள்ள +3 குறியீட்டிற்கு வலது புறம் செல்லும்போது —3 என்று ஆகிறது. இதேபோல் —3 என்றிருந்தால் அது வலதுபுறம் மாறும் போது +3 எனறு மாறும்,

எ.கா. : 2

தீர்க்கவும்

$3x + 1 = 16$ $\qquad x \in N$

(ie) $3x = 16 - 1$

$3x = 15$

இருபுறமும் 3ல் வகுக்கவும்

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$

$x = 5 ; 5 \in N$

∴ தீர்வுக்கணம் {5}

எ.கா. : 3 தீர்க்கவும் :

$3(x+5) \quad 2x+18 \qquad x \in N$

$\Rightarrow 3x+15 = 2x+18$

மாறியை ஒரு புறமும் மற்ற உறுப்புக்களை மற்றொரு புறமும் கொண்டு செல்ல

$\Rightarrow 3x - 2x = 18 - 15$

$\Rightarrow x = 3 : 3 \in N$

∴ தீர்வுக்கணம் {3}

எ.கா. 4

தீர்க்கவும் $\frac{x-3}{5} = \frac{x-5}{3}$ $x \in \varphi$

தீர்வு

$$\frac{x-3}{5} = \frac{x-5}{3}$$

இருபுறமும் 15 ஆல் பெருக்க (15 என்பது 5,3 ஆகியவற்றின் மீச்சிறு மடங்கு)

$\Rightarrow 3(x-3) = 5(x-5)$

,, $3x - 9 = 5x - 25$

,, $3x - 5x = -25 + 9$

,, $-2x = -16$

,, $2x = 16$

,, $x = \frac{16}{2} = 8 : 8 \in \varphi$

தீர்வுக்கணம் (8)

எ.கா. 5

தீர்க்கவும்

$$\left\{ \frac{2}{3}x - \frac{1}{12} \right\} = \left\{ \frac{x}{6} + 1 \right\} \quad x \in \varphi$$

தீர்வு

$$\left\{\frac{2}{3}x - \frac{1}{12}\right\} = \left\{\frac{x}{6} + 1\right\}$$

இருபுறமும் 12ஆல் பெருக்க

$$\Rightarrow 12\left\{\frac{2}{3}x - \frac{1}{12}\right\} = 12\left\{\frac{x}{6} + 1\right\}$$

$$\Rightarrow 8x - 1 = 2x + 12$$

$$,,\ 8x - 2x = 12 + 1$$

$$\Rightarrow 6x = 13$$

$$,,\ x\ \frac{13}{6} : \frac{13}{6} \in \varphi$$

$$\therefore \text{தீர்வுக்கணம்} = \left\{\frac{13}{6}\right\}$$

குறிப்பு :

சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் கணக்குகளில் பிரதியீட்டுக் கணம் எதுவென்று கொடுக்கப்படவில்லையானல், பிரதியீட்டுக்கணம் மெய்யெண்கணம் (R) என்று எடுத்துக் கொள்வது வழக்கம்.

பகுதி : 2

இப்பகுதியில் நாம் மாறியைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடு அமைத்துத் தீர்க்கும் யுக்திக்கணக்குக்களை பற்றிப் படிப்போம்.

எ.கா. : 1

ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணெப் போல 5 மடங்கு அவை இரண்டின் கூட்டுத்தொகை 30. எண்கள் யாவை?

தீர்வு

சிறிய எண் x என்க.

பெரிய எண் சிறிய எண்ணெய்ப் போல் 5 மடங்கு, ஆகவே பெரிய எண் $5 \times x = 5x$

எண்களின் கூடுதல் $= 30$

$\Rightarrow 5x + x = 30$

$\Rightarrow 6x = 30$

$\Rightarrow x = \frac{30}{6} = 5$

ஆகவே பெரிய எண் $5 \times x = 5 \times 5 = 25$

சிறிய எண் $x = 5$

எ.கா. : 2

இராமன், கிருஷ்ணன் ஆகிய இருவரும் வயதுகளின் மொத்தம்80, இராமனின் வயது கிருஷ்ணனின் வயதைவிட 6 அதிகம். அவர்களின் வயதைக் காண்க.

தீர்வு

இராமன், கிருஷ்ணனைவிடப் பெரியவன் என்று தெரிகின்றது

கிருஷ்ணனின் வயது $= x$ என்க

இராமன் கிருஷ்ணனை விட 6 வயது பெரியவன்,

ஆகவே இராமனின் வயது $= (x+6)$

இருவரின் வயதில் கூடுதல் $= 80$

$\Rightarrow x + (x+6) = 80$

$\Rightarrow 2x + 6 = 80$

$\Rightarrow 2x = 80-6 = 74$

$\Rightarrow x = \frac{74}{2} = 37$

ஆகவே கிருஷ்ணனின் வயது $= 37$

இராமனின் வயது $= 37 + 6 = 43$

எ.கா. 3

ஒருவர் இரு மோட்டார் சைக்கிள்களைமொத்தமாகரூ. 10,000 க்கு வாங்கினார். ஒன்றை 10% இலாபத்திலும், மற்றதை 5% இலாபத்திலும் விற்றார். அவருக்குக் கிடைத்த மொத்த இலாபம் ரூ. 800என்றால் மோட்டார் சைக்கிள் ஒவ்வொன்றின் வாங்கிய விலை என்ன?

தீர்வு :

10% இலாபத்தில் விற்ற மோட்டார் சைக்கிளின் வாங்கிய விலை } ரூ. x என்க

∴ இலாபம் = ரூ. $\frac{10}{100} \times x$ = ரூ. $\frac{x}{0}$

∴ 5% இலாபத்திற்கு விற்ற மோட்டார் சைக்கிளின் வாங்கிய விலை } ரூ. (10000 – x)

∴ இலாபம் = ரூ. $\frac{5}{100}(10000 - x)$

= ரூ. $\left\{\frac{10000 - x}{21}\right\}$

மொத்த இலாபம் = ரூ. 80

$$\Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{10000 - x}{20} = 800$$

$$\frac{2x + 10000 - x}{20} = 800$$

$$\Rightarrow 2x + 10000 - x = 800 \times 20$$

$$\Rightarrow x + 10000 = 16000$$

$$\Rightarrow x = 16000 - 10000 = 6000$$

∴ 10% இலாபத்தில் விற்ற மோட்டார் சைக்கிளின் வாங்கின விலை } ரூ. 6000

5% இலாபத்தில் விற்ற மோட்டார் சைக்கிளின் வாங்கிய விலை } ரூ. 10000 – 6000

ரூ. 4000

எ.கா.

கந்தனின் வயது, கோபாலனிடன் வயதைவிட 25 அதிகம். 10 வருடங்களுக்குப்பின் கந்தனின் வயது கோபாலனின் வயதைப் போல் இருமடங்காகும். அவர்களின் வயதைக் காண்க.

தீர்வு :-

இப்போது

கோபாலனின் வயது $= x$ என்க.

கந்தன் கோபாலனைவிட 25 வயது பெரியவன்

∴ கந்தனின் வயது $= (x+25)$

10 வருடங்கள் கழித்து

கோபாலனின் வயது $= (x+10)$

கந்தனின் வயது $= (x \times 25)+10$

$= x+35$

கந்தனின் வயது கோபாலனின் வயதைப் போல் இருமடங்கு

$\Rightarrow$ கந்தனின் வயது $= 2 \times$ கோபாலனின் வயது

$\Rightarrow x + 35 = 2\,(x+10)$

$\Rightarrow x + 35 = 2x + 20$

$\Rightarrow x - 2x = 20 - 35$

$\Rightarrow -x = -15$

$\Rightarrow x = 15$

இப்போது

கோபாலனின் வயது = 15

கந்தனின் வயது = 15+25 = 40

எ.கா. 5

A என்னும் ஒரு இடத்திலிருந்து ஒருவர் விமானத்தில் பயணம் செய்து $2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் B என்னும் இடத்தை அடைந்தார். விமானத்தின் வேகத்தை மணிக்கு 100கி.மீ அதிகப்படுத்தி இருந்தால் 2 மணி நேரத்தில் பயண முடிந்திருக்கும். விமானத்தின் வேகத்தையும் இரு இடங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தையும் காண்க.

தீர்வு

விமானத்தின் வேகம் x கி.மீ/மணி என்க.

முதலில் பயண நேரம் $2\frac{1}{2}$ மணி.

∴ Ak்கும் Bக்கும் இடையில் உள்ள தூரம் $= x \times 2\frac{1}{2}$

$$= \frac{5}{2} = \frac{5x}{2} \text{ கி.மீ}$$

விமானத்தின் வேகம் மணிக்கு 100 கி.மீ. கூடினால் விமானத்-தின் வேகம் (x + 100) கி.மீ/மணி

∴ Aக்கும் Bக்கும் இடையில் உள்ள தூரம் $= (x+100) \times 2$

$$= (2x+200) \text{ கி.மீ.}$$

$$\Leftarrow \quad \frac{5x}{2} = 2x+200$$

$\Rightarrow 5x = 2(2x+200)$

$\Rightarrow 5x = 4x+400$

$\Rightarrow 5x - 4x = 400$

$\Rightarrow x = 400$

∴ விமானத்தின் வேகம் = 400 கி.மீ/மணி.

A க்கும் B க்கும் இடையில் உள்ள தூரம் $= \frac{5x}{2}$

$= \frac{5 \times 400}{2}$

1000 கி.மீ.

பயிற்சி

கீழ்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும், $x \in R$

1) $2x-1 = 3$ (2) $\frac{1}{3}x-1 = 5$

3) $9x-7 = 5x+3$ (4) $7x+1 = 4x+10$

5) $\frac{x+3}{5} = \frac{x-2}{4}$ (6) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{12} = \frac{x}{6}+2$

II இரண்டு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 35. பெரிய எண் சிறிய எண்ணின் 3 மடங்கை விட 3 அதிகம். எண்களைக் காண்க.

III இரண்டு எண்கள் 7:4 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. ஒவ்வொன்றிலிருந்தும் 5ஐக் கழித்தால் எண்களின் விகிதம் 2:1. எண்களைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

IV. Aன் வயது Bன் வயதைவிட 18 அதிகம். 6 ஆண்டுகளுக்குப்பின் Aன் வயது Bன் வயதின் இருமடங்கிற்குச் சமமாகும். அவர்களின் தற்கால வயதுகள் என்ன?

V. ஒருவர் ரூ 1200ல் ஒரு பகுதியை 5% தனிவட்டிக்கும் மீதியை 4 ·/. தனிவட்டிக்கும் கடன் கொடுத்தார். 1 வருட முடிவில் அவர் அடைந்த மொத்த வட்டி ரூ. 56 என்றால் அவர் 4% வட்டி வீதத்தில் கடன் கொடுத்த தொகை எவ்வளவு?

விடைகள்

I 1) 2 (2) 18 (3) $\frac{5}{2}$

(4) 3 (5) 22 (6) $\frac{25}{6}$

II 13, 42 III 35, 20 iv 30, 12 v ரூ. 400

அடுக்குக் குறி விதிகள் (LAWS OF INDCIES)

அடுக்கு (power)

எண கணிதத்தில் 4,3 இவற்றின் பெருக்கற்பலனை $4 \times 3 = 12$ என்று எழுதுகின்றோம்.

6,5 இவற்றின் பெருக்கற்பலனை $6 \times 5 = 30$ என்று எழுதுகின்றோம். அல்ஜிப்ராவில்

a,b இவற்றின் பெருக்கற்பலனை a,b இவற்றின் மதிப்புகள் தெரியாததால் $a \times b$ என்று எழுதவேண்டும். ஆனால் $a \times b$யில், $\times$ குறியை நீக்கி ab என்று எழுதுகிறோம்.

இதுபோலவே : $x \times y$ யை xy என்றும்

$3b \times 4m \times c$யை 12bcm என்றும்

$3y \times 4z \times 5x$யை 60xyz என்றும் எழுதுகின்றோம்.

மேலே கூறியவற்றிலிருந்து a,b,x,m போன்ற மாறிகளை அவைகளின் இயற்கை வரிசைப்படி தான் பெருக்கற்பலனில் எழுத வேண்டும்.

$2a \times 3b \times 4d = 24abd$ ஆகும்.

$3x \times 4x \times 5x$ என்பதை $= 60xxx$ என்று எழுதுவோம்.

ஆனால் ஒரே மாறி மீண்டும் மீண்டும் வரும். போது அவ்வாறு எழுதுவதில்லை.

பின் x x x யை எவ்வாறு எழுதுவது?

$x \times x \times x$ யை x^3 என்று எழுத வேண்டும.

இதுபோலவே $p \times p \times p \times p$ யை p^4 என்றும்

$m \times m$ யை m^2 என்றும் எழுதவேண்டும்.

பொதுவாகக் கூறுமிடத்து ஒரே மாறி பலமுறை வந்தால் அந்த மாறி எத்தனை முறை வந்துள்ளது என்பதனை எண்ணி அந்த எண்ணை அம்மாறியின் வலது பக்கத்தில் அதற்கு தொப்பி வைத்தாற் போன்று எழுத வேண்டும்.

ஏனெனில் 3x என்பது xன் மூன்று மடங்கு $3 \times x$ ஆகும்.

ஆனால் x^3 என்பது x ஐ மூன்று முறை $(x \times x \times x)$ பெருக்கக் கிடைப்பதாகும்.

x^3ல் 3ஐ அடுக்குக் குறி என்றும் கூறுவர்.

எடுத்துக்காட்டாக

2ன் மூன்று மடங்கு என்பது $3 \times 2 = 6$ ஆகும்.

ஆனால் 2^3 என்பது $2 \times 2 \times 2 = 8$ ஆகும்.

மாதிரி 1 : mன் 4 மடங்கு என்ன?

$4 \times m = 4m$ ஆகும்.

மாதிரி 2 : 2ன் a மடங்கு என்ன?

$2 \times a = 2a$ ஆகும்.

மாதிரி 3: 2^aன் மதிப்பென்ன?

$2^a = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ .... a தடவைகள் ஆகும்.

$3ற^5$ என்பதில் இரு எண்கள் உள்ளன அல்லவா?

மாறிக்கு இடப்புறம் உள்ள எண் மாறியின் குணகம் எனப்படும்.

மாறிக்கு வலப்புறம் உள்ள எண் மாறியின் அடுக்கு ஆகும்.

எனவே மாறியின் அடுக்கை, குணகத்தினின்றும் வேறுபடுத்திக் காட்ட அதனை குணகத்தைக் காட்டிலும் வடிவில் சிறிய எண்ணாக எழுத வேண்டும்.

மாறியை பீடம் அல்லது அடி (base) என்று கூறுவர்.

எனவே $3ற^5$ என்பதை மூன்று, றன் ஐந்தாம் அடுக்கு என்றோ அல்லது மூன்று, றன் ஐந்தடுக்கு என்றோ படிக்க வேண்டும்.

x^2 யை xன் இரண்டாம் அடுக்கு என்றும்

p^4 யை pன் நான்காம் அடுக்கு என்றும்

y^{10} யை yன் பத்தாம் அடுக்கு என்றும் படிக்க வேண்டும்.

ஆனால் x^2 யை xன் இரண்டாம் அடுக்கு அல்லது xன் வர்க்கம் (x-squared) எனக் கூறலாம்.

அதுபோன்றே x^3 யை xன் மூன்றாம் அடுக்கை xன் கனம் (x-cubed) எனக் கூறலாம்.

மாதிரி 4: சுருக்கி எழுது.

(i) $b \times b \times b = b^3$

(ii) $7 \times 7 \times 7$ ....10 தடவைகள் $= 7^{10}$

(iii) $3 \times 3 \times 3$ ...x தடவைகள் $= 3^x$

(iv) $3 \times x \times a \times x \times 2 \times y \times b = 6abx^2y$

மாதிரி 5: விரித்தெழுதுக

$q^5 = q \times q \times q \times q \times q$

$a^2b^3 = a \times a \times b \times b \times b$

$3x^2y = 3 \times x \times x \times y$

$a^xy^b = a \times a \times$ .....,x தடவைகள் $y \times y \times y$......b தடவைகள்

அடுக்குக்குறி விதிகள்

மாறியின் அடுக்குகளை வைத்துத்தான் அவை ஓரின உறுப்புகளா அல்லது வேற்றுஇன உறுப்புகளா எனப் பிரிக்கின்றோம்.

ஓரின உறுப்புக்களைக் கூட்ட, அவைகளின் குணகங்களைக் கூட்டி மாறிகளை அவ்வாறே எழுதுகின்றோம்.

$2x^3$
$3x^3$

$5x^3$

இப்போது ஒரே மாறியில் உள்ள அடுக்குகளைப் பெருக்குவது பற்றிக் காண்போம்.

$x^2 X x^3 = ?$

$x^2 = x X x$

$x^3 = xXxXx$ என அறிவோம்.

எனவே $x^2Xx^3 = xXxXxXxXx$

$= x^5$

இது போலவே $m^4Xm^5 = mXmXmXmXmXmXmXm$

$= m^9$

$a^2Xa^4 = aXaXaXaXa$

$= a^6$

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து

$x^2Xx^3 = x^5$ அதாவது $x^{(2+3)}$ என்றும்

$m^4Xm^5 = m^9$ அதாவது $m^{(4+5)}$ என்றும்

$a^2 X a^4 = a^6$ அதாவது $m^{(2+4)}$ என்றும் அறிகிறோம்.

பொதுவாக a^mXa^n = (aXaX ...m தடவைகள்) x (aXaXa...n தடவைகள்

= aXaXa...(m+n) தடவைகள்

= $a^{(m+n)}$ என்று அறிகிறோம்.

எனவே $a^mXa^n = a^{(m+n)}$

ஒரே பீடமுள்ள இரு அடுக்குகளின் பெருக்கற் பலனைக்காண அவ்விரு அடுக்குக்குறிகளையும் கூட்டி, அதே பீடத்தின் அடுக்காக எழுத வேண்டும்.

$a^m \times a^n \times a^p = a^{(m+n+p)}$ ஆகும்.

பெருக்கற்பலனின் அடுக்குகள் :

$ab = a \times b$ என்று அறிவோம்.

எனவே $(ab)^2 = ab \times ab = a \times b \times a \times b = a^2 \times b^2 = a^2b^2$ ஆகும்.

$(ab)^3 = ab \times ab = a \times b \times a \times b \times a \times b = a^3b^3 = a^3b^3$ ஆகும்.

பொதுவாக $(ab^m) = a^m \times b^m =$ என்று கூறலாம்.

இது போன்றே

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a \times a}{b \times b} = \frac{a^2}{b^2}$$ ஆகும்.

மேலும்

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$ ஆகும்.

மாதிரி 6 : $3^2 \times 3^5$ன் மதிப்பென்ன?

$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ என்பது விதி

எனவே $3^2 \times 3^5 = 3^{(2+5)} = 3^7$ ஆகும்.

மாதிரி 7 : $m^4 X m^6$ ன் மதிப்பென்ன?

விதிப்படி $m^4 X m^6 = m^4 + m^6 = m^{10}$

மதிப்பு 8 : 4^2X4^p ன் மதிப்பென்ன?

விதிப்படி $4^2X4^p=4^{(2+p)}$ ஆகும்.

மதிப்பு 9 : $2^4X2^5X2^3$ ன் மதிப்பென்ன?

விதிப்படி $2^4X2^5X^3 = 2^{(3+5+4)} = 2^{12}$ ஆகும்.

மதிப்பு 10 :

$(18)^3$ ன் மதிப்பென்ன?

$18 = 6X3 \; (ab)^m = a^m b^m$

விதிப்படி $(18)^3 = (6X3)^3 = 6^3X3^3$ ஆகும்.

$(3a)^2$ ன் மதிப்பென்ன?

$3a=3Xa$

$(3a^2) = (3Xa)^2=3^2Xa^2$

மாதிரி II : $\left(\frac{x}{4}\right)^3$ ன் மதிப்பென்ன

$$\left(\frac{x}{4}\right)^3=\left(\frac{x}{4}\right)X\left(\frac{x}{4}\right)X\left(\frac{x}{4}\right)=\frac{xXxXx}{4X4X4}=\frac{x^3}{4^3}$$

பயிற்சி

1. சுருக்கி எழுதுக.

(a) SXSXSXS (b) $\frac{0}{d}X\frac{0}{d}X\frac{0}{d}$

(c) 9X9X9...12 தடவைகள் (d) 1X1X1...... a தடவைகள்

(e) rXrXr .....Pதடவைகள் (f) hXhXh..... 7 தடவைகள்

(g) 3XqXrX4XqXp (h) $ax \times xy \times ya$

II விரித்தெழுதுக :

(1) $7m^3p^2$ (2) a^xb^y (3) $1^6m^4n^3$

(4) S^k (5) C^6.

III பின் வருவனவற்றின் மதிப்பு காண் :

(1) $7^4 \times 7^3$ (2) $3^6 \times 3$ (3) $a^4 \times a^5$

(4) $p^a \times p^r \times p^s$ (5) $(mn)^5$ (6) $(3m)^3$

(7) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ (8) $\left(\frac{x}{3m}\right)^2$

(9) $5^4 \times 5^5 \times 5^6$ (10) $\left(\frac{2x}{3y}\right)^3$

விடைகள்

I. (a) S^4 (b) $\left(\frac{c}{d}\right)^3$ (c) 9^{12} (d) a

(e) r^n (f) h^7 (g) $12pq^2r$ (h) $a^2x^3y^3$

III. (1) $7 \times m \times m \times m \times p \times p$ (2) $(a \times a \times a \times) \times (b \times b \ldots y$ தடவைகள்)

(3) $(1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1)$ $(m \times m \times m \times m)$ $(n \times n \times n)$

(4) $(s \times s \times s \ldots\ldots k$ தடவைகள் (5) $(c \times c \times c \times c \times c \times c)$

III. (1) 7^7 (2) 3^7 (3) a^9 (4) p^{a+r+s}

(5) $m^5\,n^5$ (6) 3^3m^3 (7) $\frac{1^5}{3^5}$ (8) $\frac{x^2}{3^2m^2}$

(9) 5^{15} (10) $\frac{2^3x^3}{3^3y^3}$

$(a^2)^3$ன் மதிப்பு காண்போம்.

$(a^2)^3$ என்பது $a^2Xa^2Xa^2$ என அறிவோம்.

மேலும் $a^2 = aXa$ எனவும் அறிவோம்.

எனவே $(a^2)^3 = aXaXaXaXaXa$ ஆகும்.

அதாவது $(a^2)^3 = a^6$

$(3^3)^2$யை விரித்தெழுதுக.

$(3^3)^2 = (3^3) X (3^3)$

$= 3X3X3X3X3X3$

$= 3^6$

இவற்றிருந்து

$(a^2)^3 = a^{2 X 3} =$ என்றும்

$(3^3)^2 = 3^{3 X 2} = 3^6$ என்றும் அறிகிறோம்.

பொதுவாக $(a^m)^n = க^{mXn = mn}\ a$ ஆகும்.

மாதிரி : 1 : $(x^2)^3 = x^{2X3} = x^6$ ஆகும்

மாதிரி : 2 : $(a^2b^3c^4)^2$ ன் மதிப்பைக் காண்.

$(a^m)^n = a^{m Xn}$

எனவே $(a^2b^3c^4)^2 = (a^2)^2 X (b^3)^2 X (c^4)^2$

$= a^4Xb^6Xc^8 = a^4b^6c^8$

மாதிரி : 3 : $(2xy^2)^4 X (2x^3y)^3$ சுருக்குக.

$2^4x^4y^8 X 3^3x^9y^3$

$2^4 X 3^3 X x^{16} X y^{11} = 2^4 X 4^3 X x^{16} y^{11}$ ஆகும்.

$x^4 \div x^2$ன் ஈவு என்ன?

$$x^4 \div x^2 = \frac{x^4}{x^2} = \frac{xXxXxXx}{xXx} = \frac{xXx}{1} = \frac{x^2}{1} = x^2$$

$x^7 \div x^3$ன் ஈவு என்ன?

$$x^7 \div x^3 = \frac{x^7}{x^3} = \frac{xXxXxXxXxXxXx}{xXxXx} = \frac{xXxXxXx}{1}$$

$$= \frac{x^4}{1} = x^4$$

இவைகளிலிருந்து

$\frac{x^4}{x^2} = x^{4-2} = x^2$ என்றும்

$\frac{x^7}{x^3}$ $x^{7-3} = z^4$ என்றும் அறிகிறோம்

பொதுவாக $\frac{a^m}{a^n}$ (a^{m-n}) ஆகும் (m,n விட பெரியதானால்)

மாறாக

$x^3 \div x^5$ எனில் $\frac{x^3}{x^5} = \frac{x \times xXx}{xXxXxXxXx} = \frac{1}{xXx} = \frac{1}{x^2}$ ஆகும்.

பொதுவாக $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{(a^{n-m})}$ ஆகும். (m,n விட சிறியதானால்)

$5^5 \div 5^5$ன் ஈவு என்ன?

வகுத்தல் விதிப்படி $a^{m \div n} = a^{m-n}$

எனவே $5^5 \div 5^5 = 5^5 - 5^5 = 5^0$

அதாவது $\frac{5^5}{5^5} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{1} = 1$

எனவே $5^5 \div 5^5 = 5^0 = 1$

இது போலவே $p^2 \div p^2 = \frac{p \times p}{p \times p} = p^0$

பொதுவாக; $a^m \div a^m = a^0 = 1$

எனவே **$a^0 = 1$, ஆகும்.**

மாதிரி : 1

$3^6 \div 3^3$ன் மதிப்பென்ன?

$a^m \div a^n$ இவற்றில் $m < n$ என்றவாறு உள்ளது.

எனவே விதிப்படி $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$\frac{3^6}{3^3} = 3^{6-3} = 3^3 \text{ ஆகும்.}$$

மாதிரி : 2

$2^3 \div 2$ன் மதிப்பென்ன?

$a^m \div a^n$ இவற்றில் $m < n$ என்றவாறு உள்ளது. எனவே விதிப்படி

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$$

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{1}{2^{5-3}} = \frac{1}{2^2}$$

மாதிரி : 3

$3^4 \div 3^4$ன் மதிப்பென்ன?

$$\frac{3^4}{3^4}\ 3^{4-4} = 3^0$$

விதிப்படி $a^0 = 1$ எனவே $3^0 = 1$ ஆகும்.

பயிற்சி

பின் வருவனவற்றின் மதிப்புக்களைக் காண்க.

(1) $2^7 \div 2^2$: (2) $a^m \div a^n$ (3) $2^a \div 2^b$ $(a > b)$

(4) $10^4 \div 10^6$; (5) $8^9 \div 8^{13}$ (6) $3^r \div 3^p$ $(p > r)$

(7) $5^6 \div 5^6$ (8) 11^0 மதிப்பென்ன?

(9) 1000^0 மதிப்பென்ன? (10) $m^p > m^p$ ன் மதிப்பென்ன?

விடைகள்

(1) 2^5 : (2) $a^{(m-p)}$; (3) $2^{(a-b)}$; (4) $\frac{1}{10^2}$

(5) $\frac{1}{8^4}$ (6) $\frac{1}{3^{p-r}}$ (7) 1; (8) 1

(9) 1 : (10) 1

முற்றொருமைகள் (அல்லது) சர்வ சமன்கள்
(Idenitites)

$5x = 15$ என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும். இது $x = 3$ என்ற ஒரே ஒரு மதிப்புக்குத் தான் பொருத்தமாக இருக்கும்.

xன் வேறு எந்த மதிப்புக்கும் பொருந்தாது ஆனால்

$(x+3)^2 = x^2+6x+9$ என்ற சமன்பாடானது xன் எந்த மதிப்புக்கும் உண்மையாக இருக்கிறது. ஆகவே இத்தகைய சமன்பாடுகளை சர்வசமன்கள் அல்லது முற்றொருமைகள் என்று குறிப்பிடுவது வழக்கம்

$(x+3)^2 = x^2 + (x+9)$

$x = 1$ $(1+3)^2 = (1)^2+6\ (1)+9 = 16$

$16 = 16$

$x = 5$ $(5+3)^2 = (5)^2+6\ (5)+9$

$(8)^2 = 25+30+9 = 64$

$x = -3$ $(-3+3)^2 = (3)^2+6\ (-3) + 9$

$(10)^2 = 9-19+9 = 0$

சமத்துவத்தைக் காட்ட = என்ற குறியாலும், சர்வசமத்துவத்தைக் காட்ட = குறியாலும் குறிப்பது வழக்கம்.

இப்போது $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்ற முற்றொருமையை பற்றி காண்போம்.

a^2 என்பது aXa என்று நாம் அறிவோம்.

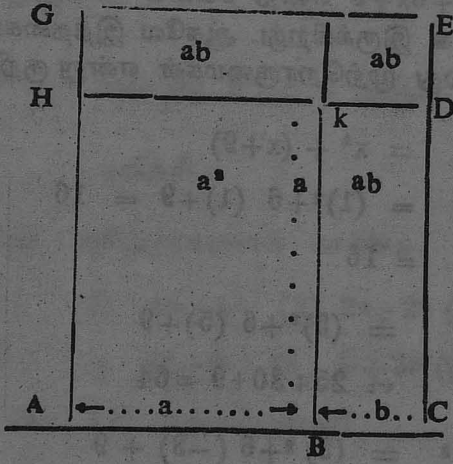
b^2 என்பது (bXb) ஆகும்.

எனவே $(a+b)^2$ என்பது $(a+b)\ (a+b)$ ஆகும்.
இதன் பெருக்கற்பலனைக் காண்போம்.

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline +\ ab+b^2 \\ +\ a^2+ab \\ \hline a^2+2ab+b^2 \\ \hline \end{array}$$

ஆகவே $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ ஆகும்.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்ற முற்றொருமையை படத்தின் மூலம் விளக்கம் காண்போம்.



......(a+0)...........

(அ இ) பாடம்:3 படம் 5

படத்தில்

AB = a; BC = b என்க.

ACEC ஓர் சதுரம், அதன் ஒரு பக்கம்

AC = (a+b)

ACEGன் பரப்பு $=(a+b)\ (a+b)$

$= (a+b)^2$ ஆகும்.

BC = b; CD = a

எனவே BCDK செவ்வகம்

BCDKன் பம்ப்பு = aXb - ab ஆகும்.

KD =; KDEF ஓர் சதுரம்

ஆகவே KDEFன் பரப்பு b^2

இதுபோலவே FGHK, செவ்வகத்தின் பரப்பு = ab ஆகும்.

எனவே சதுரம் AGEGன் பரப்பு = சதுரம் ABKHன் பரப்பு +
செவ்வகம் BCD^Xன் பரப்பு +
சதுரம் DEFKன் பரப்பு +
செவ்வகம் EGKHன் பரப்பு ஆகும்.

எனவே $(a+b)^2$ $= a^2+ab+b^2+ab$ ஆகும்.

$= a^2+2ab+b^2$ ஆகும்.

ஆகவே $(a+b)^2 \equiv a^2+2ab+b^2$

அதாவது இரண்டு உறுப்புக்களின் கூடுதலின் வர்க்கம், அவற்றின் தனித் தனி உறுப்புக்களின் வர்க்கங்களில் கூடுதலோடு அவற்றின் பெருக்கற்பலனின் இரண்டு மடங்கைக் கூட்டியதற்குச் சமம்.

மாதிரி : $(3+4)^2$ன் மதிப்பென்ன?

$(a+b)^2 \equiv a^2+2ab+b^2$ என்று அறிகிறோம்.

$(3+4)^2 \equiv (3)^2 X 2(3)\ (4)+(4)^2$

$(7)^2 \qquad 9+24+16=49$

$49 \qquad \equiv 49$

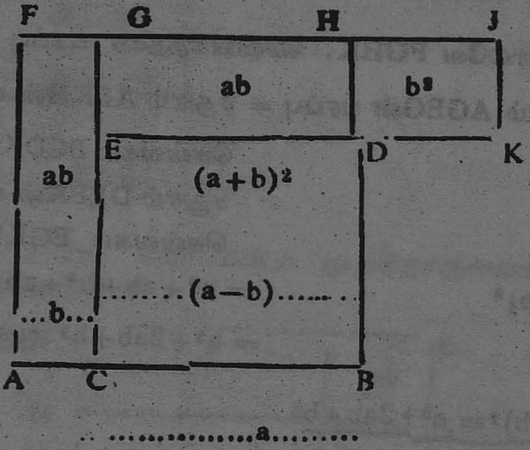
$(a-\ )^2$ன் விரிவைக் காண்போம்,

$(a-b)^2$ என்பது $(a-b)\ (a-b)$ ஆகும்.

$$\begin{array}{r} a-b \\ a-b \\ \hline -ab+b^2 \\ +a_2-ab \quad\quad \\ \hline a^2-2ab+b^2 \end{array}$$

எனவே $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

இதனைப் பின்வரும் படத்தின் மூலம் விளக்கலாம்.



(அ நி) பாடம் 13 படம் 2

படத்தில் $AB = a$; $AC = b$; எனவே $CB = a - b$

எனவே சதுரம் BCDEன் பரப்பு $= (a-b)^2$

சதுரம் DKJHன் பரப்பு $= b^2$

செவ்வகம் EKJGன் பரப்பு $= ab$

செவ்வகம் ACGFன் பரப்பு $= ab$

ஆனால் சதுரம் CBDE = சதுரம் ABHF + சதுரம் DKJH

= செவ்வகம் EKJG

= செவ்வகம் ACGF ஆகும்.

எனவே CBDEன் பரப்பு = ABHFன் பரப்பு + DMJHன்பரப்பு

− EKJGன் பரப்பு − ACGFன்பரப்பு

$(a-b)^2 \quad a^2 + b^2 - ab - ab$

$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

ஆகவே $(a-b)^2 \equiv a^2+b^2-2ab$

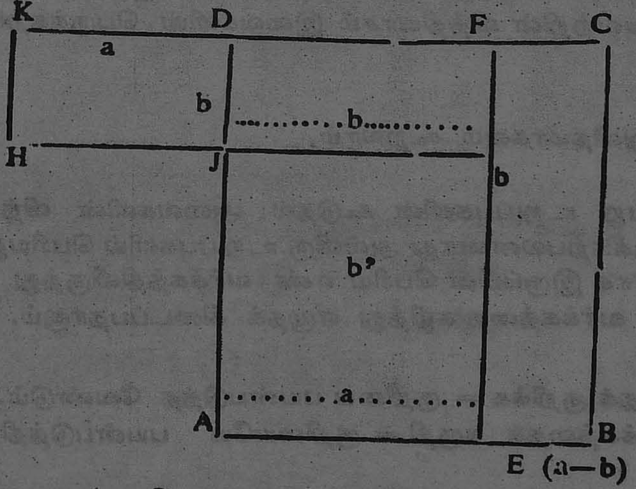
அதாவது இரண்டு உறுப்புகளில் வித்தியாசத்தின் வர்க்கமானது அதன் தனித்தனி உறுப்புகளில் வர்க்கத்தின் கூடுதலிலிருந்து அந்த உறுப்பு-களின் பெருக்கற்பலனின் இரண்டு மடக்கை கழித்து வரும் பலனுக்குச் சமமாகும்.

$(a+b)(a-b) \equiv a^2-b^2$

$$\begin{array}{r} a+b \\ a-b \\ \hline -ab-b^2 \\ a^2+ab \\ \hline a^2-b^2 \end{array}$$

ஆகும்

இம்முற்றொருமையினை படம் மூலம் விளக்கம் தரலாம்.



(அ நி)பாடம் 13 படம் 3

படத்தில் KD = DC = a

DF = JG = b

∴ FC = FG = (a − b)

KF = (a + b)

செவ்வகம் EBCF = செவ்வகம் KHJD

ஆனால் சதுரம் ABCD — சதுரம் AEGJ = செவ்வகம் EBCF + செவ்வகம் FDJG

= செவ்வகம் KHJD + செவ்வகம் FDJG

= செவ்வகம் KFGH

எனவே ABCDன் பரப்பு = AEGJன் பரப்பு = KFGHன் பரப்பு

அதாவது $a^2 - b^2$ KFXKH

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

இரண்டு உறுப்புகளின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசமானது அவ்விருஉறுப்புகளின் கூடுதல், அவற்றின் வித்தியாசம் இவைகளின் பெருக்கற்பலனுக்குச் சமம்.

இதை வேறுவிதமாகவும் கூறலாம்.

அதாவது இருவேறு உறுப்புகளின் கூடுதல், அவைகளின் வித்தியாசம் இவைகளின் பெருக்கற்பலனனாது அவ்விரு உறுப்புகளில் பெரியது முதல் உறுப்பின் எண்ணாக இருப்பின் பெரிய எண் வர்க்கத்திலிருந்து இரண்டாவது உறுப்பின் வர்க்கத்தை கழித்து எழுதக் கிடைப்பதாகும்.

சர்வசமத்தைக் குறிக்க ≡ குறியை பயன்படுத்த வேண்டும். இருப்பினும் சுருக்கத்தைக் கருதி = குறியையே பயன்படுத்தி வருகிறோம். மாதிரி : 1

$(x+y)^2$ன் விரிவு என்ன?

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

இதில் $a=x$ என்றும் $b=y$ என்றும் பிரதியிட

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ஆகும்.

மாதிரி : 2

$(3a+b)$ன் வர்க்கம் என்ன?

$(a+b)$ன் வர்க்கம் $= a^2+2ab+b^2$

எனவே $(3a+b)$ன் வர்க்கம் $= (3a)^2 + 2\,(3a)^2\,(b) + b^2$

$(3a+b)^2 \;= 9a^2 + (ab+b^2)$

மாதிரி : 3

(x^2+2xy)ன் வர்க்கம் என்ன?

$(a + b)$ன் வர்க்சும் $= (a)^2 + 2\,(a)\,(b) + (b)^2$

இதில் aக்கு x^2யும் bக்கு 2xyயும் பிரதியிடுக.

எனவே $(x^2 + 2xy)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2)\,(2xy) + (2xy)^2$

$= x^4 + 4x^3y + 4x^2y$

மாதிரி : 4

$(x-2y)$ன் வர்க்கம் என்ன?

$(a-b)$ன் வர்க்கம் $= (a)^2 - 2\,(a)\,(b) + (b)^2$ என்று அறிவோம்.

எனவே aக்கு xயும் bக்கு 2yயையும் பிரதியிட

$(x-2y)^2 = (x^2 - (x)\,(2y) + (2y^2)$

$(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$

மாதிரி : 5

$(2b-3cd)^2$ ன் விரிவை எழுது

$(a-b)^2$ என்ற வடிவில் உள்ளது.

$a = 2b;\; b = 3cd$ ஆகும்

எனவே $(2b-3cd)^2 = (2b)^2 - 2\,(2b)\,(3cd) + (3cd)^2$

$= 4b^2 - 12bcd + 9c^2d^2$

GEOMETRY

வடிவ இயல்

பலவகை வடிவங்களின் பண்புகளையும் அளவுகளையும் பற்றி அறிய உதவும் கணிதப்பகுதி வடிவ இயல் எனப்படும். வடிவியல் இரு வகைப்படும்.

வடிவங்களின் படங்களை அளவுத் திட்டங்களுக்கு வரைந்து. அப் படங்களிலிருந்து அவைகளைப் பற்றிய பண்புகளை அறிந்து கொள்ளும் முறை செய்முறை வடிவியல் (Practical Geometry) எனப்படும்.

மறுக்க முடியாத சில வெளிப்படை உண்மைகளை ஆதாரமாகக் கொண்டு, தருக்க முறையில், காரண காரியங்களுடன் யூகித்து உணர்ந்து பண்புகளை அறிந்து கொள்ளும் முறை அறிமுறை வடிவியல் (Theoreti cal Geometry) எனப்படும்

அறிமுறை வடிவியல் மூலம் பல உண்மைகளை கண்டறிந்து. அவை அனைத்தையும் தொகுத்து முதன் முதலில் நூலாக வெளியிட்டவர் யூக்ளிட் (Eucild) என்னும் கணித மேதையாவார்.

வடிவியல் பற்றிய அறிவு பல துறைகளிலும் இன்று பயன்படுத்தப்பட்டு வருகின்றது. கட்டிடங்கள், பாலங்கள், இருப்புப்பாதைகள் போன்றவைகள் அமைப்பதற்கு பொறி இயல் வல்லுநர்களுக்குப் பெரிதும் உதவுகின்றது. கப்பல் ஆகாய விமானம், ராக்கெட் ஆகியவற்றைச் செலுத்துவதற்கும், தேசப்படங்கள் வரைவதற்கும் வடிவியல் அறிவு மிக்க உறுதுணையாக உள்ளது. மேலும் ஆற்றின் அகலம், மரத்தின் உயரம் ஆகியவற்றைக் கண்டறிவதற்கும் விளையாட்டுகளுக்கடன திடல்களை அமைப்பதற்கும் இன்னும் பிற துறைகளிலும் இது மிகவும் தேவைப்படுகின்றது.

கோணங்கள் (Angles)

ஒரே பொது ஆரம்பப் புள்ளியைக் கொண்ட இரு வெவ்வேறு கதிர்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவை கோணம் என்று கூறுகிறோம்.

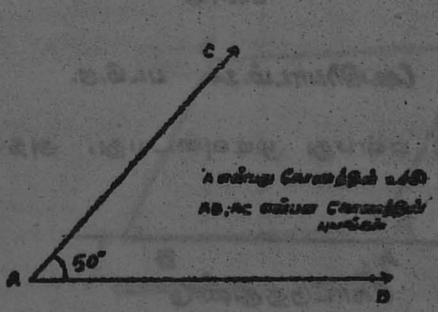
இரு இடங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தை மீட்டரில் குறிப்பிடுறோம். திடப்பொருள்களின் நிறையைக் கிராமில் குறிப்பிடுகிறோம் இது போலவே,

கோணம் டிகிரி அல்லது பாகை என்ற அலகால் அளவிடப்படுகிறது.

மற்ற அளவுகளுக்குத் திசை கிடையாது. ஆனால் கோணத்திற்கு அளவும் திசையும் உண்டு.

ஒரு நேர்கோடு அதன் ஒரு முனையை ஆதாரமாகக் கொண்டு ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றியவுடன் தன் பழைய நிலைக்கு வந்து சேரும். இச்சுழற்சியை 60 சமபாகங்களாகப் பிரித்தால் 360 கோணங்கள் கிடைக்கும். அவ்வொவ்வொரு கோணத்தின் அளவும் (1 டிகிரி) 1° என்று சொல்லப்படுகிறது.

இரு நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் பொழுது கோணம் ஏற்படுகின்றது அவை சந்திக்கும் முனை கோணத்தின் உச்சி (Vertex) எனப்படும். கோணத்தை உண்டாக்கும் இரு நேர்கோடுகளும் கோணத்தின் புயங்கள் (Arms) எனப்படும்.



படம் 2

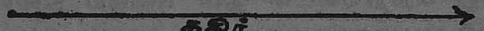
Aயில் உண்டாகும் கோணத்தை $\angle A$ அல்லது $\hat{A}$ என்று குறிக்கலாம்.

Aயில் உண்டாகும் கோண அளவைக் குறிக்க $m\angle A$ என்றுகுறிக்க வேண்டும். இதனை Aயின் கோண அளவு என்று படிக்க வேண்டும்.

மேலே உள்ள படத்தில் $m\angle A = 50^\circ$.

கோணங்களைப் பற்றி மேலும் அறியுமுன் கோடு, கதிர், கோட்டுத் துண்டு என்றவற்றின் கருத்துக்களையும் தெரிந்து கொள்ளுதல் நன்று

கதிர் என்பது ஓரிடத்தில் ஆரம்பித்து முடிவில்லாமல் செல்வதாகும்.



கதிர்

(அ.நி) பாடம். 14 படம். 2.

கோடு என்பது இரு புறமும் செல்லும் கதிர் என்று கூறலாம் இதற்கு ஆரம்பமும் முடிவும் இல்லை.

கோடு

(அ.நி) பாடம். 14 படம். 3.

கோட்டுத்துண்டு என்பது முடிவுடையது. அதாவது ஆரம்பமும் முடிவும் உண்டு.

கோட்டுத்துண்டு

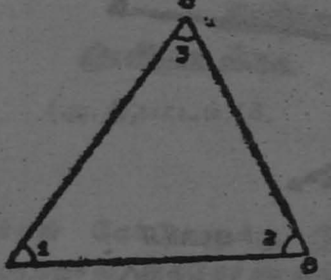
(அ.நி) பாடம் 14 படம். 4.

கதிர் AB என்பதை $\overrightarrow{AB}$ என்று குறிப்போம்; அதாவது இக் கதிர் Aயில் ஆரம்பித்து B வழியே சென்று கொண்டிருக்கிறது என்று பொருள்.

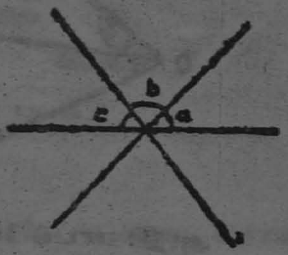
கோட்டுத்துண்டு AB என்பதை $\overline{AB}$ என்று குறிக்க வேண்டும்.

கோடு AB யை $\overleftrightarrow{AB}$ என்று குறிக்க வேண்டும்.

கோணத்தை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில் குறிப்பிட்டது போல்,



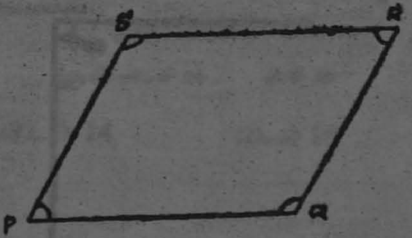
முக்கோணம் [illegible]



படம் [illegible]

1,2,3 ...... என்றோ அல்லது a,b,c,d என்றோ குறிக்கலாம்.

கோணத்தை பெயரிடும் பொழுது எந்த முனையில் கோணம் உண்டாகிறதோ அம்முனையின் பெயரையே அக்கோணத்திற்குக் கொடுக்கிறோம்,

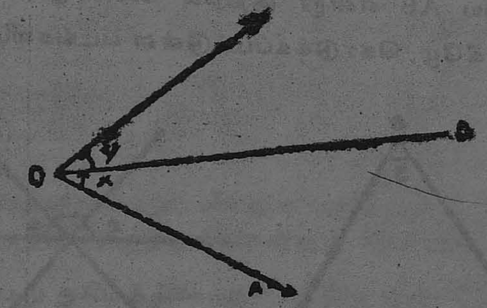


[illegible] படம் [illegible]

Pல் உண்டாகும் கோணத்தை ∟P என்றும்

Sல் உண்டாகும் கோணத்தை ∟S என்றும் கூறலாம்.

இருப்பினும் கோணத்தைத் தெளிவாகக் கூறும்போது கோணத்தின் உச்சியை மைய எழுத்தாகவும் அதன் புயங்களின் மறுமுனைகளோடு சேர்த்து மூன்று எழுத்துக்களால் கூறுதல் சிறப்பானது.



அ.தி) பாடம் 14.   படம் 7

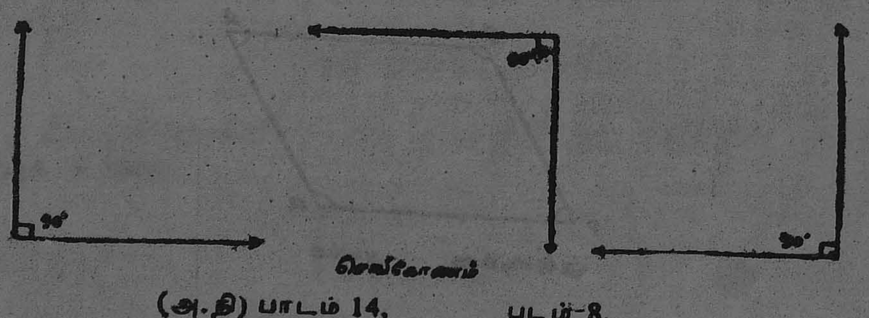
x என்ற கோணத்தை ∟AOB/அல்லது $\overset{\triangle}{AOB}$ என்று கூறலாம்.

y என்ற கோணத்தை ∟BOC/அல்லது $\overset{\triangle}{BOC}$ என்று கூறலாம்.

கோண வகைகள் :

செங்கோணம்

ஒரே பொது ஆரம்பப் புள்ளியைக் கொண்ட இரு கதிர்களுக்கு இடையுள்ள கோணம் 0° எனில் அது செங்கோணம் எனப்படும்.



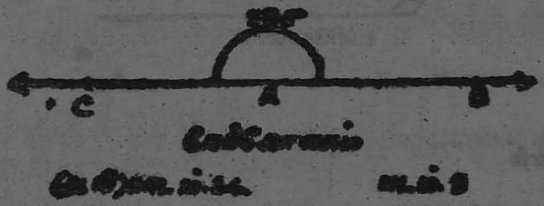
செங்கோணம்

(அ.தி) பாடம் 14,   படம்-8,

நேர்கோ

ஒரே பொது ஆரம்பப் புள்ளியைக் கொண்ட இருகதிர்கள் அதன் எதிர் திசைகளில் செல்லும்போது உண்டாகும் கோணம் 180° ஆகும்.

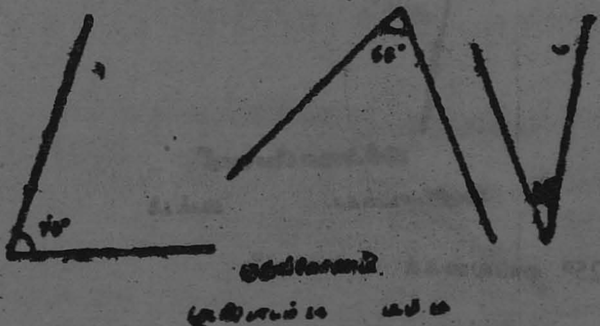
இக்கோணத்தை நேர்கோணம் என்று கூறலாம்.



(அ.தி)பாடம்.14. படம்.9

குறுங்கோணம்

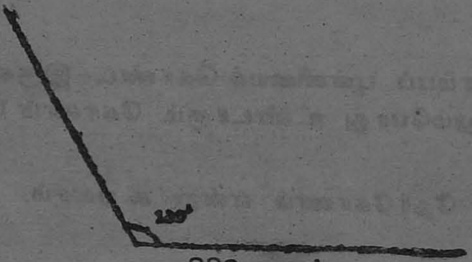
இருகதிர்கள் கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 90°க்கு குறைவாக இருந்தால் அக்கோணத்திற்கு குறுங்கோணம் (Accute angle) என்று பெயர்.



(அதி) பாடம் 14 படம் 10

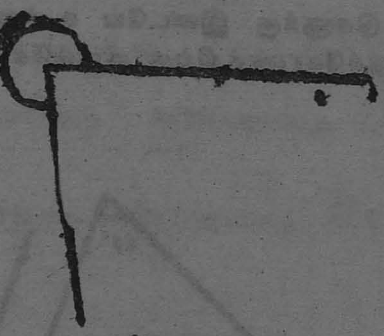
விரிகோணம்

90°க்கு மேலும் 180°க்கு குறைவாகவும் உள்ள கோணம் விரிகோணம் (Obtuse angle) ஆகும்.



பின்வளை கோணம்

180°க்கு மேலும் 360°க்கு குறைவாகவும் உள்ள கோணம் பின்வளை கோணம் (Reflex angle) ஆகும்.



பின்வளை கோணம்

மாதிரி ; 1) 25° எவ்வகைக் கோணம்?

குறுங்கோணம்

2) 93° எவ்வகைக் கோணம்?

விரிகோணம்

3) 215° எவ்வகைக் கோணம்?

பின்வளை கோணம்

மாதிரி 3 : விரிகோணத்திற்கு மூன்று உதாரணம் கொடு.

105°, 162°, 148°

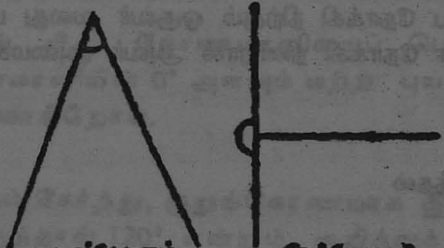
மாதிரி 4 : பின்வளைகோணத்திற்கு இரு உதாரணம் கொடு.

250°, 272°

மாதிரி 5 : குறுங்கோணத்திற்கு நான்கு உதாரணம் கொடு

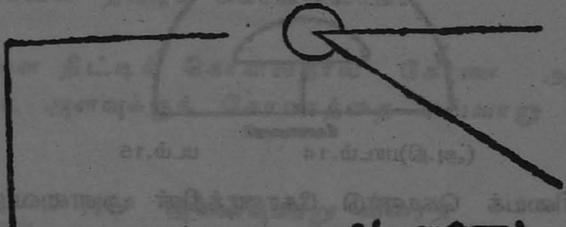
85°, 39°, 10°, 41°,

மாதிரி 6 : கீழ்க்காணும் படங்களிலுள்ள கோணங்களின் வகைகளைக் கூறு



குறுங்கோணம் நேர்கோணம்

(மு.வி)பாடம்.14. படம்.15



செங்கோணம் பின்வளைகோணம்

1) அடுத்துவரும் இருசுவர்கள் சந்திக்குமிடத்தில் உண்டாகும் கோண அளவென்ன?

2) மேசையின் அடுத்துள்ள இருபக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள கோண அளவென்ன?

3) கிழக்கு திசைக்கும் மேற்கு திசைக்குமிடையேயுள்ள கோணம் எத்தகையது?

4) கடிகாரத்தில் மணி 9 ஆகும் போது முள்களுக்கிடையே உள்ள கோணம் எவ்வகைக் கோணம்?

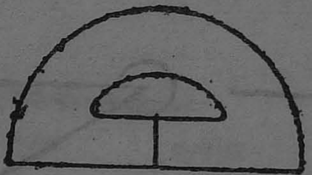
5) கடிகாரத்தில் 5 மணி, 10 மணி ஆகும் போது முள்களுக்கிடையேயுள்ள கோண அளவு எத்தகையது?

6) உன் அலுவலகத்திலுள்ள சுவரும் தரையும் உண்டாக்கும் கோண அளவென்ன

7) கிழக்கு திசையை நோக்கி நிற்கும் ஒருவர் வலது பக்கமாகத் திரும்பி வடகிழக்கு திசை நோக்கி நின்றால் அவர் அமைக்கும் கோணம் எத்தகையது?

கோணங்களை அளத்தல்

கோணங்களை அளக்க உதவும் கருவி கோணமானி அல்லது பாகைமானி (Peotractor) எனப்படும்.



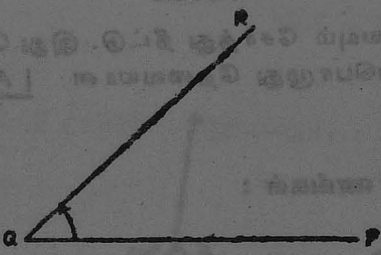
கோணமானி

(அ.நி)பாடம்.14 படம்.15

கோணமானியைக் கொண்டு கோணத்தின் அளவைப் பாகைகளில் கண்டறியலாம்.

குறிப்பிட்ட கோண அளவையும் வரையலாம்.

$\angle PQR$ ன் அளவைக் காணல்,



[illegible]

கோணமானியின் விட்டத்தின் மையமுள்ள Q உடன் பொருந்து-மாறு அமைப்பின் அதன் விட்டமானது QP அல்லது QR என்ற நேர் கோட்டின் மீது படியுமாறு பொருத்திக் கொள்ள வேண்டும்.

எந்த புயத்தின் மீது கோணமானியைப் பொருத்துகின்றோமோ அப்புயத்தில் கோணமானியின் 0° அளவும் மற்ற புயம் 60°, 120° மூலமும் செல்லுவதைக் காண்கிறோம்.

இரு புயங்களும் சேர்ந்து, குறுங்கோணமாக இருந்தால் 60° என்றும் விரிகோணமாக இருந்தால் 120° என்றும் குறித்துக் கொள்ளலாம்.

கோணத்தை அளக்க, கோணத்தின் புயங்கள் பாகைமானிக்கு வெளியே நன்றாகத் தெரியும்படி இருக்க வேண்டும். அவ்வாறு இல்லையெனில் புயங்களை நீட்டிக் கொள்ளலாம்.

புயங்களை நீட்டிக் கொள்வதால் கோண அளவு மாறுபடாது கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்குக் கோணத்தை எவ்வாறு வரைவது என்று பார்ப்போம்.

திரி $\angle \underline{ATC} = 100^\circ$ அமையுமாறு வரைக

முதலில் AB என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக AB-ன் மீது கோணமானியைப் பொருத்து அவ்வாறு பொருத்தும்போது கோணமானியின் விட்ட மையம் Bல் பொருந்தியிருக்க வேண்டும். இப்போது கோணமானியின் 0ம் AB என்ற புயத்தின் மீதும் பொருந்தியிருக்கும். இந்நிலையில் AB என்ற புயத்திலிருந்து தொடங்கி 100° எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள அளவில் பாகைமானியை நீட்டி புள்ளியைக் குறிக்க வேண்டும்

டையையும் இப்புள்ளியையும் சேர்த்து நீட்டு. இது கோணத்தின் மற்றொரு புயம் BC ஆகும். இப்பொழுது தேவையான $\angle ABC$ கிடைத்துள்ளதை காணலாம்.

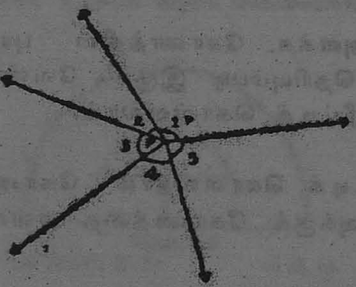
ஒரு புள்ளியிலுள்ள கோணங்கள் :

ஒரு நேர்கோடு அதன் ஒரு முனையை ஆதாரமாகக் கொண்டு ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றியவுடன் தன் பழைய நிலைக்கு வந்து சேரும் போது உண்டாகும் கோண அளவு 360° எனப் பார்த்தோம்.

கடிகாரத்தில் நிமிடமுள் 12 லிருந்து புறப்பட்டு மீண்டும் 12க்கே வந்து சேரும் போது உண்டாகும் கோண அளவு 360° ஆகும்.

இது போலவே ஒருவன் தன்னைத் தானே ஒரு தடவை சுற்றி வந்தாலும் மற்றொரு பொருளைச் சுற்றி வந்தாலும் அப்போது உண்டாகும் கோண அளவு 360° ஆகும்.

ஆகவே ஒரு புள்ளியிலுண்டாகும் கோணங்களின் மொத்தம் 360° ஆகும் என அறிகிறோம்.

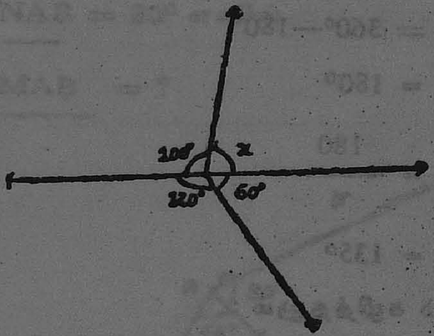


மாதிரி-1 :

படத்தில் காட்டியுள்ளது போல் P என்ற புள்ளியில் பல கதிர்கள் வரைந்து எல்லாக் கோணங்களையும் அளந்து எழுது.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 360^\circ$$

மாதிரி 2 :



(அ.கி)பாடம்.௧௪ படம்.௧௯

பக்கத்திலுள்ள படத்தில் x-ன் அளவென்ன!

ஒரு புள்ளியில் ஏற்படும் கோணங்களின் கூடுதல் 360°

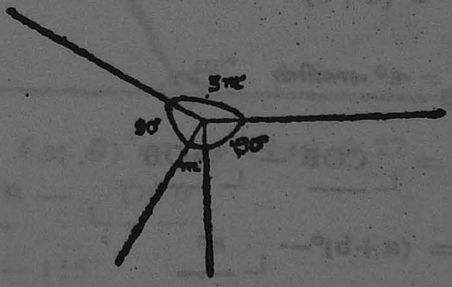
எனவே $100° + 120° + 60° + x° = 360°$

$280° + x = 360°$

$x = 36\ ° - 280°$

$x = 80°$

மாதிரி 3 : படத்தில் m—ன் அளவென்ன?



(அ.கி)பாடம்.௧௪ படம்.௨௦

$$m^\circ + 90^\circ + 3m^\circ + 90 = 360^\circ$$

$$4m + 180 = 360^\circ$$

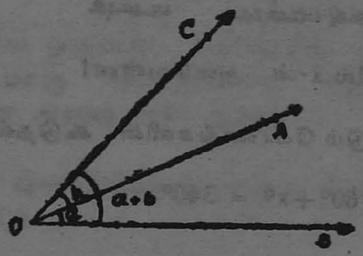
$$4m = 360^\circ - 180^\circ$$

$$= 180^\circ$$

$$m = \frac{180}{4}$$

$$3m = 135^\circ$$

கோணங்களின் கூட்டலும் கழித்தலும் :



(அ டு) பாடம் 14 படம்.20

$\angle BOA = a^\circ$

$\angle AOC = b^0$ எனில் $\angle BOC = (a+b)^0$ ஆகும்.

இது போலவே $\angle BOC = (a+b)^0$

$\angle BOC = a^0$ எனில்

$$\angle AOC = \angle COB - \angle AOB$$

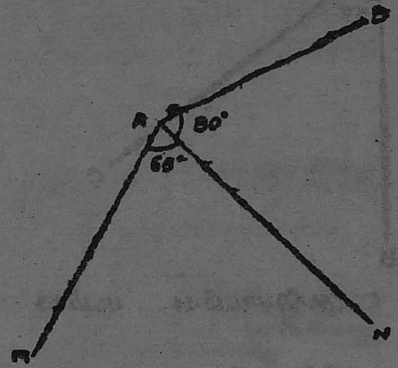
$$= (a+b)^\circ - \angle a^\circ$$

$= b^\circ$ ஆகும்,

மாதிரி 1 படத்தில் $\angle MAN = 65^\circ$

$\angle NAB = 80^\circ$ எனில்

$\angle MAB = ?$

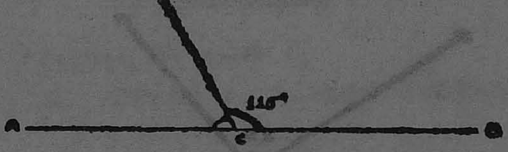


(அ.தி) பாடம். 14. படம். 21

$\angle MAB = \angle MAN + \angle NAB$

$\angle MAB = 65^\circ + 80^\circ = 145^\circ$

மாதிரி 2 : படத்தில் $\angle ACD$ ன் அளவென்ன?



(அ.தி) பாடம் 14 படம் 22

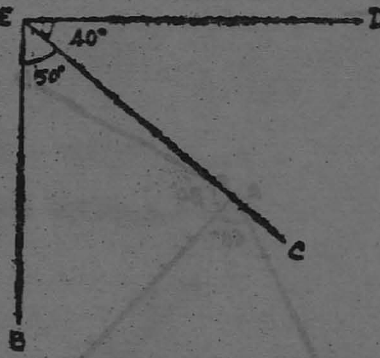
$\angle ACD = \angle ACB - \angle DCB$

$= 190^\circ - 115^\circ$

$\angle ACD = 65^\circ$

பயிற்சி

1) ஒரு புள்ளியில் 4 கோணங்கள் உள்ளன. அவற்றில் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 300° எனில் 4வது கோணத்தின் அளவென்ன? (60°)



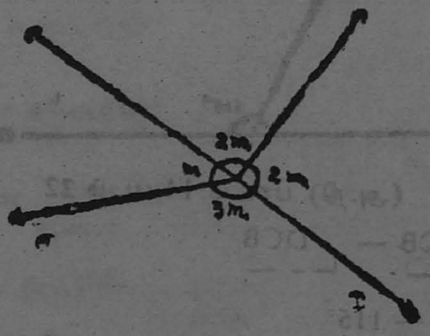
(அ.தி) பாடம் 14. படம் 23

2) படத்தில் $\underline{|BED}$ ன் மதிப்பைக் காண் (90°)

3) 65° கோணத்தை அமைத்துக் காட்டுக.

4) இரு கோணங்களின் கூடுதல் 150°. அவற்றில் ஒரு கோணம் மற்றதைப்போல் 2 மடங்கு எனில் அக்கோணங்களைக் காண். (50,100)

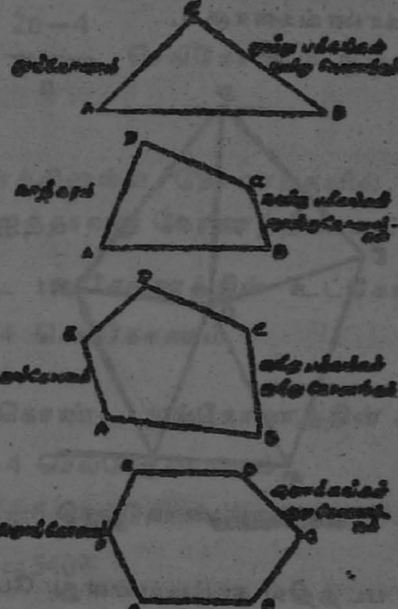
5) படத்தில் m கோணத்தில் அளவென்ன? (45°)



(அ.தி) பாடம் 14. படம் 24.

பலகோணங்கள் (Polygons)

மூன்று கோணங்களால் அடைபடும் உருவத்திற்கு முக்கோணம் என்று பெயர். இதுபோலவே நான்கு நேர்கோடுகளால் அடைபடும் உருவத்திற்கு நாற்கரம் என்று பெயர். ஐந்து அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நேர்கோடுகளால் அடைபடும் உருவத்திற்கு பலகோணம் (Polygon) என்று பெயர்.



(அ. நி) பாடம். 15 பட்ம் 1.

இதே போன்று எட்டு பக்கங்கள் உள்ள பலகோணம் எண்கோணம் எனப்படும்.

10 பக்கங்கள் உள்ள பலகோணம் தசகோணம் ஆகும்.

இதிலிருந்து நாம் ஓர் உருவத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள் இருக்கின்றனவோ அத்தனை கோணங்கள் உண்டு என்று அறிகிறோம்.

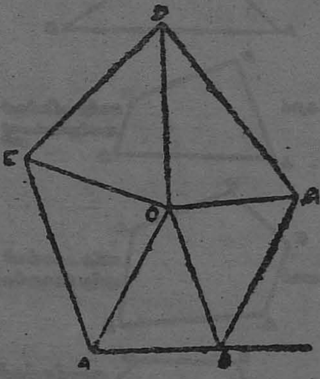
ஒரு பலகோணத்தின் பக்கங்கள் மாத்திரம் சமமானால் அது சமபுக்க பலகோணம் (Equilateral Polygon) எனப்படும்.

ஒரு பலகோணத்தின் கோணங்கள் மாத்திரம் சமமானால் அது சம கோண பலகோணம் (Equianular Polygon) எனப்படும்

ஒரு பலகோணத்தின் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமமாயிருப்பின் அது ஒழுங்கான பலகோணம் (Regular Polygon) எனப்படும்.

பலகோணத்தின் பக்கங்கள் சமமாயிருந்தால் கோணங்கள் சமமாயிருக்கவேண்டிய அவசியமில்லை. அதுபோன்றே கோணங்கள் சமமாயிருந்தால் பக்கங்கள் சமமாயிருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

n பக்கங்கள் உள்ள ஒரு பலகோணத்தின் உட்கோணங்களின் கூடுதல் (n—4) செங்கோணங்களாகும்.



அப்பியாசம்.12 படம் 3

ஐங்கோணத்தில் படத்தில் காட்டியுள்ளது போல் குறித்தால் ஐந்து முக்கோணங்கள் கிடைக்கின்றன.

5 பக்கங்களைக் கொண்ட பல கோணத்தில் 5 முக்கோணங்கள் கிடைக்கின்றன.

எனவே n பக்கங்களைக் கொண்ட பலகோணத்தில் n முக்கோணங்கள் கிடைக்கும்.

ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்களின் மொத்தம் 180°, அதாவது 2×90, 2 செங்கோணங்களாகும்.

ஆகவே n முக்கோணங்களின் மொத்தம் 2n செங்கோணங்களாகும்.

O என்ற புள்ளியில் உண்டாகும் கோணங்களின் மொத்தம் 360o அதாவது 4 செங்கோணங்கள்.

∴n பக்கங்கள் கொண்ட பலகோணத்தின் கோணங்களின் மொத்தம் } 1 = 2n—4 செங்கோணங்கள்

ஓர் ஒழுங்கு பலகோணத்தின் கோணங்கள் சமம்.

ஆகவே ஓர் ஒழுங்குப் பல கோணத்தின் ஒவ்வொரு உட்கோணம்

$$= \frac{2n-4}{n}$$ செங்கோணம் ஆகும்.

மாதிரி 1:

ஓர் ஐங்கோணத்திலுள்ள கோணங்களில் நான்கு முறையே 100° 20°, 97° 100° எனில் ஐந்தாவது கோணத்தின் மதிப்பென்ன?

n பக்கங்கள் கொண்ட பலகோணத்தின் உட்கோணங்களின் கூடுதல்

= 2n—4 செங்கோணம்

5 பக்கங்களைக் கொண்ட ஐங்கோணத்தின் உட்கோணங்களின்

கூடுதல் = 2 (5—4 செங்கோணங்கள்)

= 10—4 = 6 செங்கோணங்கள்

= 6+90 = 540°.

நான்கு கோணங்களின் மொத்தம். = (100°+120°+97°+110°) = 427°

எனவே ஐந்தாவது கோணம் = 540° — 427

மாதிரி 2: = 113° ஆகும்

ஓர் ஒழுங்கான அறுங்கோணத்தின் உட்கோணத்தின் அளவு யாது?

n பக்கங்கள் கொண்ட ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் ஒவ்வொரு

உட்கோணம் $\frac{2n \quad 4}{}$ செங்கோணம்

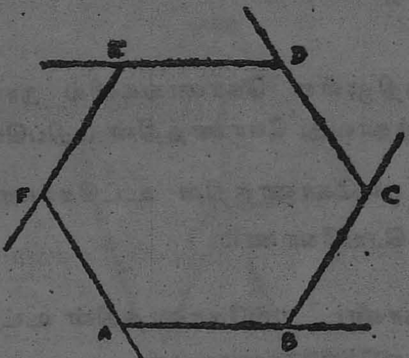
ஆறு பக்கங்கள் கொண்ட ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் ஒவ்வொரு

$$\text{உட்கோணம்} = \frac{(-2)-4}{6} \text{ செங்கோணம்}$$

$$= \frac{8}{6} \text{ செங்கோணம்}$$

$$= 120^0$$

ஒரு பலகோணத்தின் பக்கங்களை வரிசைக் கிரமத்தில் நீட்டும் போது உண்டாகும் வெளிக்கோணங்களின் மொத்தம் நான்கு செங்-கோணங்களாகும்.



(அ.இ)பாடம்.16 படம்.3

இதுபோன்று பல பக்கங்களைக் கொண்ட வேறு சில பலகோணம் வரைந்து அவற்றின் வெளிக் கோணங்களை அளந்து கூட்டுக.

ஒவ்வொரு பல கோணத்தின் வெளிக்கோணங்களின் கூடுதலும் 4 செங்கோணங்களாக அமைவதைக் காணலாம்.

ஒரு ஒழுங்குப் பலகோணத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள் இருக்கின்-றனவோ அத்தனை உட்கோணங்களும் அதே எண்ணிக்கையுள்ள வெளிக் கோணங்களும் இருக்கும்.

அவ்வித வெளிக் கோணங்களின் மொத்தம் நான்கு செங்கோண கள் ஆகும்.

மாதிரி 3:

ஓர் ஒழுங்கான பலகோணத்தின் வெளிக்கோணம் 45°. அதற்கு எத்தனை பக்கங்கள்?

பலகோணத்தின் வெளிக் கோணங்களின் மொத்தம் = 360°

பலகோணத்தின் ஒரு வெளிக்கோணம் = 45°

$$\therefore \text{பக்கங்கள்} = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

பலகோணத்தின் ஒவ்வொரு முறையிலும் ஓர் உட்கோணமும் ஒரு வெளிக்கோணமும் உள்ளன.

அதாவது ஓர் உட்கோணம் + வெளிக்கோணம் = 2 செங்கோணங்கள்

மாதிரி 4

ஒரு ஒழுங்கு பல்கோணத்தின் உட்கோணம் 120° எனில் அதற்கு எத்தனை பக்கங்கள்?

ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் உட்கோணம் 120° எனில்

வெளிக்கோணம் = 180−120 = 60°

பல கோணத்தின் வெளிக் கோணங்களின் கூடுதல் 360°

$$\therefore \text{பக்கங்கள்} = \frac{360^\circ}{60_\circ} = 6^\circ$$

மாதிரி 5 :

ஓர் ஒழுங்கு பலகோணத்தின் உட்கோணமும் வெளிக் கோணமும் 2 : 1என்ற விகிதத்திலுள்ளன எனில் அதற்கு எத்தனை பக்கங்கள்?

உட்கோணமும் வெளிக்கோணமும் சேர்ந்து = 180°

அவை 2 : 1 என்ற விகிதத்திலுள்ளன.

எனில் உட்கோணம் $= 180 \times \frac{2}{3} = 120^\circ$

வெளிக்கோணம் $= 180 \times \frac{1}{3} = 60^\circ$

எனவே பக்கங்கள் $= \dfrac{360^\circ}{60^\circ} = 6$ பக்கங்கள்

மாதிரி : 6

பத்து பக்கங்கள் கொண்ட ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் உட்கோணத்தின் அளவென்ன?

n பக்கங்கள் கொண்ட ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் ஒவ்வொரு உட்கோணமும் $= \dfrac{2n-4}{4}$ செங்கோணங்கள் என அறிவோம்.

இதில் nக்கு 10எனப் பிரதியிட்டு $\dfrac{2(10-4)}{10} = \dfrac{16}{10} \times 90$.

$= 144^\circ$ என்று கூறலாம்.

இதனை வேறுவழியிலும் கீழ்க்கண்டவாறு செய்யலாம் :

பலகோணங்களின் வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் 4 செங்கோணங்களாகும். எனவே 10 பக்கங்களின் வெளிக்கோணங்களின் கூடுதல் 360°

1 பக்கத்தின் வெளிக்கோணம் $= \dfrac{360^\circ}{10} = 36^\circ$

ஓர் பலகோணத்தின் ஓர் உட்கோணமும் வெளிக்கோணமும் சேர்ந்தது $= 180$

ஆகவே உட்கோணம் $= 180^\circ -$ வெளிக்கோணம்

$= 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$

பத்து பக்கங்கள் கொண்ட பலகோணத்தின் உட்கோணத்தின் அளவு 144° ஆகும்.

1) ஓர் ஒழுங்கு பலகோணத்தின் உட்கோணம் 180° எனில் அப்பல-கோணத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள்? [5]

2) ஓர் ஒழுங்கு எண்கோணத்தின் உட்கோணத்தின் அளவென்ன [135°]

3) ஓர் ஒழுங்கு பலகோணத்தின் வெளிக்கோணமும் உட்கோணமும் சம-மானால் அதற்கு எத்தனைப் பக்கங்கள்?

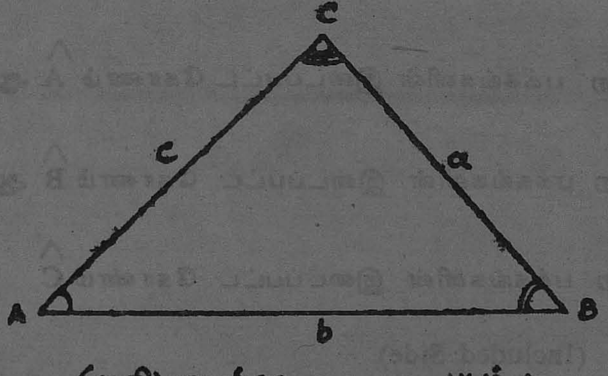
4) ஓர் அறுங்கோணத்தின் 5 கோணங்கள் முறையே 108°, 96°, 124°, 11° 120° எனில் ஆறாவது கோணத்தின் அளவென்ன? [160°]

5) 10 பக்கங்கள் கொண்ட ஒரு பலகோணத்தின் உட்கோணங்களின் கூடுதல் என்ன? [145°]

முக்கோணங்கள்

(Iriangles)

மூன்று நேர் கோடுகளால் அடைபடும் உருவம் முக்கோணம் எனப்-படும் முக்கோணத்திற்கு மூன்று பக்கங்கள் உள்ளன எனவே முக்கோணத்-திற்கு மூன்று கோணங்கள் உண்டு.



(அ.கி) பாடம் 15 படம். 4

படத்தில்

$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ என்பன முக்கோணத்தின் கோணங்களாகும்.

கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கங்களை அக்கோணத்தின் சிறிய எழுத்துக்களால் குறிக்கலாம்.

உதாரணமாக $\hat{A}$ ன் எதிர்பக்கத்தை a என்றும்

$\hat{B}$ன் எதிர்பககத்தை b என்றும்

$\hat{C}$ன் எதிர்பக்கத்தை c என்றும் குறிப்பர்,

$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ என்பன முக்கோணத்தின் உச்சிகளாகும்,

இடைப்பட்ட கோணம் (Included angle)

ஒரு கோணத்தில் ஒரு புயங்களின் மீது முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்கள் அமைந்திருப்பதால் அக்கோணத்தை அவ்விரு பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் என்போம்.

AB, AC என்ற பக்கங்களின் இடைப்பட்ட கோணம் $\hat{A}$ ஆகும்.

AB, BC என்ற பக்கங்களின் இடைப்பட்ட கோணம் $\hat{B}$ ஆகும்.

BC, AC என்ற பக்கங்களின் இடைப்பட்ட கோணம் $\hat{C}$

இடைப்பட்ட பக்கம் (Included Side)

ஒரு முக்கோணத்தில் ஒரு பக்கத்தின் முடிவிடங்கள் இரண்டும் இரண்டு கோணங்களின் உச்சிகள் எனில், அப்பக்கத்தை அவ்விரு கோணங்களுக்கு இடைப்பட்ட பக்கம் என்போம்.

முக்கோணங்களின் வகைகள் :

முக்கோணங்களை பக்கங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு 3 வகையாக்வும், கோணங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு 3. வகையாகவும் பிரிக்கலாம்.

பக்கங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு

1) சமபக்க முக்கோணம்

2) இருசமபக்க முக்கோணம்

3) அசமபக்க முக்கோணம் என்றும்

கோணங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு

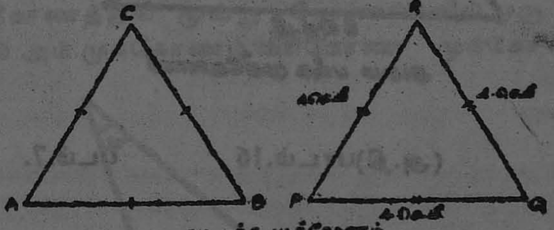
1) குறுங்கோண முக்கோணம்

2) செங்கோண முக்கோணம்

3) விரிகோண முக்கோணம் என்றும் பிரிக்கலாம்.

சமபக்க முக்கோணம்

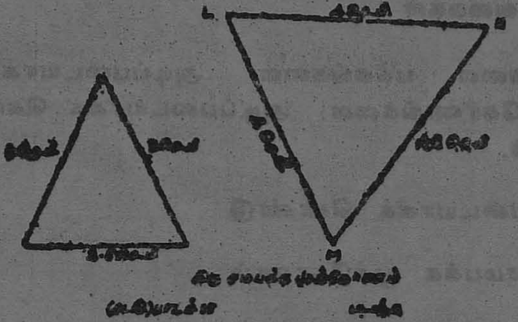
ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று பக்கங்களும் சர்வ சமமாய் இருந்தால் அம் முக்கோணம் சமபக்க முக்கோணம் எனப்படும்.



சம பக்க முக்கோணம்

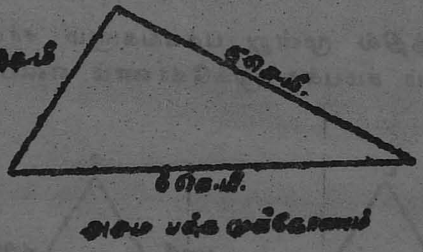
இருசமபக்க முக்கோணம் :

ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு பக்கங்கள் மட்டும் சர்வ சமமாய் இருந்தால் அம் முக்கோணம் இருசமபக்க முக்கோணம் எனப்படும்.



அசமபக்க முக்கோணம் :

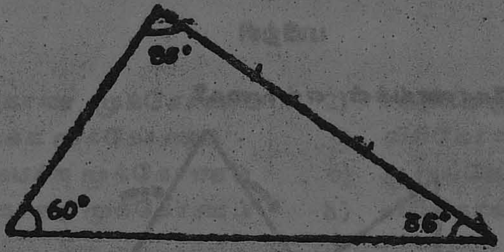
ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமமில்லாமல் இருந்தால் அம் முக்கோணம் அசமபக்க முக்கோணம் எனப்படும்.



(அ.நி)பாடம்.16 படம்.7.

குறுங்கோண முக்கோணம் :

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களில் ஒவ்வொரு கோணமும் 90° க்கு குறைவாக இருந்தால் அம்முக்கோணம் குறுங்கோண முக்கோணம் எனப்படும்.

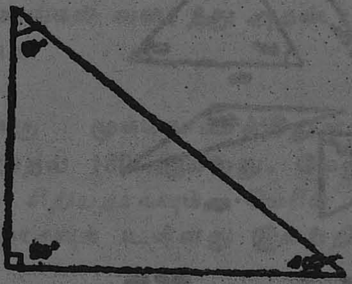


குறுங்கோண முக்கோணம்

(அ.தி) பாடம்.15 படம்,8.

செங்கோண முக்கோணம் :

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களில் ஒரு கோணம் செங்கோணமானால் அம் முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் எனப்படும்.

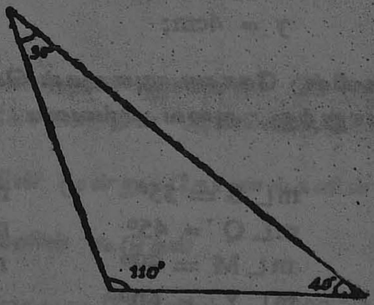


செங்கோண முக்கோணம்

(அ.தி) பாடம்.15 படம் 9.

விரிகோண முக்கோணம்:

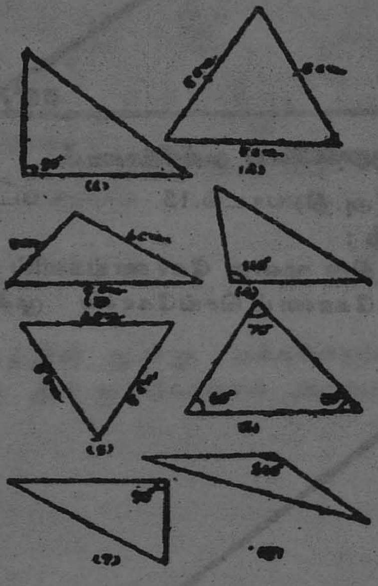
ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களில் ஒரு கோணம் விரிகோணம் ஆனால் அம் முக்கோணம் விரிகோண முக்கோணம் எனப்படும்



விரிகோண முக்கோண

பயிற்சி

1. பின்வரும் முக்கோணங்கள் எவ்வகை?



II. பின்வரும் பக்க அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணம் எவ்வகை முக்கோணம்?

1) a = 7cm;	b = 5cm;	c = 7cm;
2) p = 10cm;	q = 8cm;	r = 12cm;
3) l = 5cm;	m = 5.2c.m;	n = 4.3cm;
4) x = 4cm;	y = 4cm;	z = 4 cm;

III. சில முக்கோணங்களின் கோண அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. கோணங்களைப் பொறுத்து அவை எவ்வகை முக்கோணம் என்று கூறு.

$m\angle A = 40^\circ$	$m\angle B = 55^\circ$	$m\angle C = 85^\circ$
$m\angle P = 90^\circ$	$m\angle Q = 45^\circ$	$m\angle R = 45^\circ$
$m\angle L = 60^\circ$	$m\angle M = 90^\circ$	$m\angle N = 30^\circ$
$m\angle X = 60^\circ$	$m\angle Y = 60^\circ$	$m\angle Z = 60^\circ$

விடைகள்

I

1) செங்கோண முக்கோணம் 2) சமபக்க முக்கோணம்
3) அசமபக்க முக்கோணம் 4) விரிகோண முக்கோணம்
5) இருசமபக்க முக்கோணம் 6) குறுங்கோண முக்கோணம்
7) செங்கோண முக்கோணம் 8) விரிகோண முக்கோணம்

1) இருசமபக்க முக்கோணம் 2) அசமபக்க முக்கோணம்
3) அசம பக்க முக்கோணம் 4) சமபக்க முக்கோணம்

1) குறுங்கோண முக்கோணம் 2) செங்கோண முக்கோணம்
3) விரிகோண முக்கோணம். 4) சமபக்க முக்கோணம் / குறுங்கோண முக்கோணம்.

பல முக்கோணங்கள் வரைந்து அதன் பக்கங்களையும் கோணங்களையும் அளந்து பார்க்க

ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலுள்ள கோணங்களையும் கூட்ட அவற்றின் கூடுதல் 180 ஆகின்றது. மேலும் சிறிய கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் சிறியதாகவும், பெரிய கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் பெரியதாகவும் உள்ளது இவற்றிலிருந்து நாம்,

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும் என அறிகிறோம்.

மேலும் கோணத்தின் அளவைப் பொறுத்து பக்கங்கள் அமைகின்றன என்று அறிகிறோம்.

மாதிரி : 1

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களின் கூடுதல் 140° எனில் மூன்றாவது கோணத்தின் அளவென்ன?

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் = 180°

இருகோணங்களின் கூடுதல் = 140°

எனவே மூன்றாவது கோணம் = $180° - 140° = 40°$

மாதிரி 2 :

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்கள் முறையே x, 2xy, 3x எனில் அம் முக்கோணத்தின் மிகச் சிறிய கோணத்தின் அளவென்ன?

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் = 180°

கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் $= x + 2x + 3x$

$= 6x$

எனவே $6x = 180$

$$x = \frac{180}{6} = 30^\circ$$

கோணங்களின் அளவுகள் முறையே, 30°, 60°, 90°.

மிகச்சிறிய கோணத்தின் அளவு 30°,

பாடம்—16

முக்கோணங்கள் வரைதல்

இப்பகுதியில் முக்கோணங்களை எவ்வாறு வரைவது என்பது பற்றி காண்போம்.

ஒரு முக்கோணம் வரைவதற்கு குறைந்தது 3 அளவுகள் தேவை.

அம்மூன்று அளவுகளும் பக்கங்களின் அளவுகளாக இருந்தால் முக்கோணம் வரையமுடியும்.

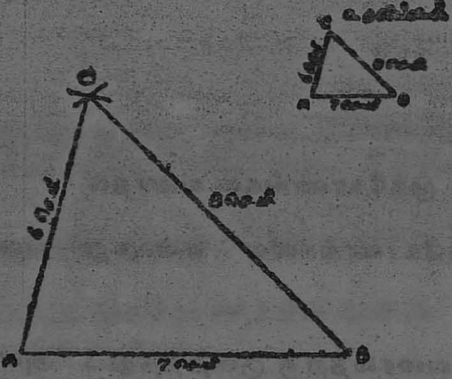
ஆனால் மூன்று அளவுகளுமே கோண அளவாக இருந்தால் முக்கோணம் வரைய முடியுமா? முடியாது.

ஏன்? கோண அளவு என்பது இருபக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு என்று அறிவோம். எனவே பக்கங்கள் இருந்தால் தான் கோணங்கள் வரைய முடியும்.

எனவே முக்கோணம் வரைவதற்கு குறைந்தது ஓர் பக்கத்தின் ஒன்றாவது கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

மாதிரி 1 : முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் அளவுகள் மூன்றும் கொடுக்கப்பட்டு முக்கோணம் வரைதல்.

AB = செ.மீ. BC = 8 செ.மீ. AC = 6 செ.மீ. அளவுகளுக்கு முக்கோணம் ABC வரைக.



(அ.நி) படம், 16 பாடம்.1

வரைமுறை

1) உதவிப்படம் வரைந்து கொண்டு அதில் கொடுத்துள்ள அளவுகளைக் குறி.

2) 7 செ.மீ. நீளத்திற்கு ABயை வரைக.

3) Aயை மையமாகக் கொண்டு, 6 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டவில்லை, ABக்கு மேல்புறம் வரைக.

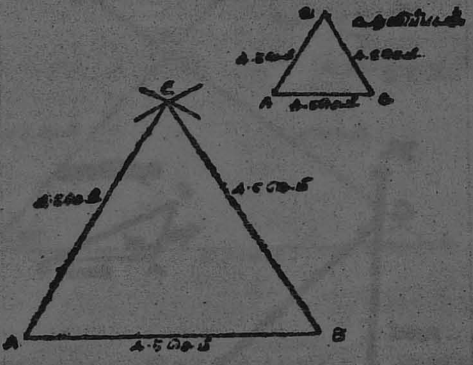
4) Bயை மையமாகக் கொண்டு, 8 செமீ. ஆரமுள்ள வட்டவில்லை வரைக.

5) இவ்விரண்டு வட்ட விற்களும் ஓர் புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும் அதற்கு C எனப் பெயரிடுக.

6) Cயை முறையே Aயுடனும் Bயுடனும் சேர்க்க

7) இதுவே தேவையான முக்கோணம் ABC ஆகும்.

மாதிரி 2 :- 4.5 செமீ பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணம் வரைக.



(அ.கி)படம் 26 படம்.இ

வரைமுறை :

1) உதவிப்படம் வரைந்து அதில் கொடுத்துள்ள அளவுகளைக் குறித்துக் கொள்.

2) 4.5 செ.மீ நீளத்திற்கு ABயை 'வரைக.

3) A யை மையமாகக் கொண்டு, 4.5 ஆரமுள்ள வட்டவில்லை வரைக.

4) Bயை மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரமுள்ள வட்டவில்லை வரைக

5) இவ்விரு வட்டவிற்களும் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளிக்கு C எனப் பெயரிடுக.

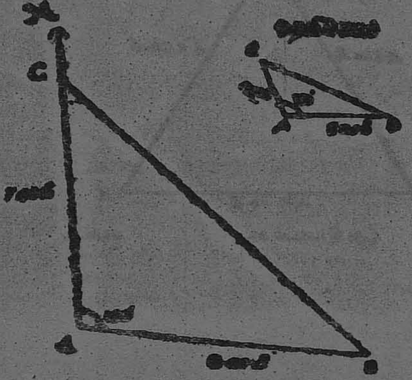
6) Cயை முறையே Aயுடனும் Bயுடனும் சேர்க்க.

7) இதுவே தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

மாதிரி 3 : இரண்டு பக்கங்களும் அதற்கு இடைப்பட்ட கோணமும் கொடுக்கப்பட்டு முக்கோணம் வரைதல்

CA = 7 செ.மீ. AB = 8 செ.மீ $\angle CAB = 100^0$ அளவுகளுக்கு முக்-

கோணம் ABC வரைக. அதன் மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளம் என்ன?

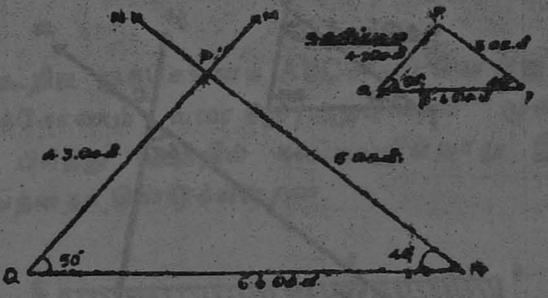


மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளம் 11.5 செ.மீ

வரைமுறை : உதவிப்படம் வரைந்து கொண்டு அளவுகளைக் குறி, 8 செ.மீ. நீளமுள்ள AB என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக. Aயில் 100° கோணம் உண்டாகுமாறு ABயின் மீது பாகைமானியை உபயோகித்து புள்ளியைக் குறி. அப்புள்ளியையும் Aயையும் இணைத்து நீட்டு AX என்க. Aயை மையமாகக்கொண்டு, 7செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லைவெட்டு அது AXயை வெட்டுமிடத்தில் C எனப் பெயரிடு. Cயை Bயுடன் இணை CBயை அளந்து எழுது.

மாதிரி 4 : ஒரு பக்கத்தின் அளவும் இரு கோணங்களின் அளவும் கொடுக்கப்பட்டு முக்கோணம் வரைதல்.

QR = 6.6 செ.மீ. $\angle PQR = 50^\circ$; $\angle PRQ = 40^\circ$ அளவுகளுக்கு முக்கோணம் PQR வரைக. அதன் மற்ற பக்கங்களின் அளவுகளை அளந்து எழுது.



வரைமுறை

1) உதவிப்படம் வரைந்து கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறித்துக் கொள்.

2) 6.6 செ.மீ நீளத்திற்கு $\overline{QR}$ வரைக.

3) Qவில் 50^0கோணம் உண்டாகுமாறு QM என்ற கதிர் வரைக.

4) Rல் 40^0 கோணம் உண்டாகுமாறு RN என்ற கதிர் வரைக.

5) இவ்விரு கதிர்களும் வெட்டுக் கொள்ளும், புள்ளியை P எனக.

6) இதுவே தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

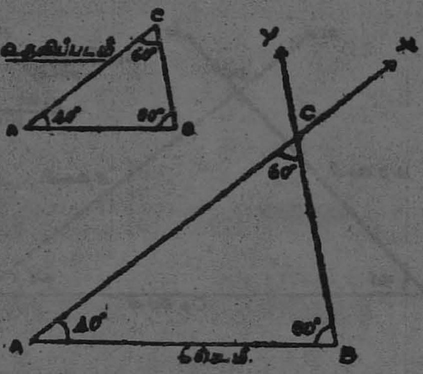
7) மற்ற பக்கங்களின் அளவுகள் முறையே QR = 4.3 செமீ. PR = 5செமீ ஆகும்.

மாதிரி 5 : ABC என்ற முக்கோணத்தின் உச்சிக் கோணம் 60^0, அதற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் 6செ.மீ. மற்ற கோணங்கள் 1:2 என்ற விகிதத்திலுள்ளன இந்த அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரைக.

முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180^0 ஒரு கோணம் 60^0 எனில் மற்ற இரு கோணங்களின் மொத்தம் $120°$ எனவே

அச் கோணங்கள் $\overset{40}{\cancel{120}} \times \frac{1}{\cancel{3}} = 40^0$

$\overset{40}{\cancel{120}} \times \frac{2}{\cancel{3}} = 80°$



(அளி.)பாடம்பக படம். ..

வரைமுறை :

1) முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஒருகோணம் 60°. எனவே $\angle A + \angle B = 120°$. இவை 1 : 2 என்ற விகித்தி-ஆுள்ளன. எனவே $\angle A = 40°$; $\angle B = 80°$

2) உதவிப்படம் வரைந்து அளவுகளைக் குறித்துக் கொள்.

3) 6 செ.மீ நீளமுள்ள $\overline{AB}$ வரைக.

4) Aயில் 40° கோணம் உண்டாகுமாறு $\overrightarrow{AX}$

5) Bயில் 80 கோணம் உண்டாகுமாறு $\overrightarrow{BY}$ வரைக.

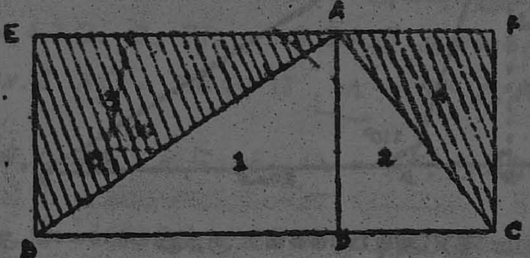
6) இவை வெட்டும்புள்ளிC என்க. இதுவே முக்கோணத்தின் உச்சி ஆகும்.

7) இதுவே தேவையான முக்கோணம் ABC ஆகும்.

முக்கோணத்தில் பரப்பு காணல்

ஏதாவது அளவுகளுக்கு முக்கோணம் ABC வரைக. அம்முக்-கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அடிப்பக்கத்திற்கு செங்குத்துக் கோடுவரைக இப்போது முக்கோணம் இரண்டு பக்கங்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது, அவற்றிற்கு 1. 2 என்று பெயரிடு.

மேலே கூறிய முக்கோணம் ABC யைப் போன்று அதே அளவுக்கு மற்றொரு முக்கோணம் வரைந்து, அதனையும் முன்போல் இரண்டு பாகங்களாகப் பிரித்து படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இணைக்க. அவை செவ்வக உருவத்தைக் கொடுக்கின்றன.



(அகி)பாடம்.16 படம்.6

எனவே முக்கோணம் ABCன் பரப்பு, செவ்வகம் BCEF ன் பரப்பில் பாதி,

QBCன் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times BC \times BE$

$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

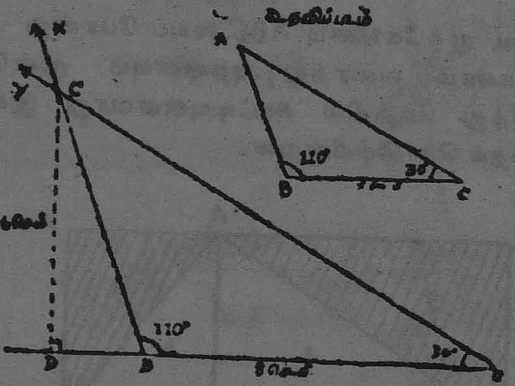
$= \frac{1}{2} \times$ அடிப்பக்கம் $\times$ குத்துயரம்

ABC யின் அடிப்பக்கம் b அலகுகள், குத்துயரம் h அலகுகளானால் அதன் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times b \times h$. ச. அலகுகள்.

இவ்வுண்மை எல்லாவகை முக்கோணத்திற்கும் பொருந்தும்.

மாதிரி 1 :

ABC என்ற முக்கோண வடிவமான ஓர் இடத்தின் அளவுகள் பின் வருமாறு: BC = 8 கெ.மீ. $\angle B = 110°$, $\angle C = 30°$ எனில் படம் வரைந்து பரப்பைக் காண்.



△ன் பரப்பு = $\frac{1}{2}$ × அடிப்பக்கம் × குத்துயரம் ச. அலகுகள்

எனவே இங்கு பரப்பு = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ச.செ.மீ

அதாவது முக்கோண வடிவமான இடத்தின் பரப்பு = 24 ச. செ.மீ ஆகும்.

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு என்பது அதன் மூன்று பக்க அளவுகளின் கூடுதலாகும்.

மாதிரி : 3செமீ. 5செ.மீ 7செ.மீ பக்க அளவுகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் சுற்றளவு என்ன?

முக்கோணத்தின் சுற்றளவு = மூன்று பக்கங்களின் கூடுதல்

$= 3 + 5 + 7 = 15$செ.மீ

பயிற்சி

பின்வரும் அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரைக.

1) AB = 5செ.மீ. BC = 4செ.மீ CA = 6 செ.மீ △ ABC வரைக.

2) LM = 3.5 செ. மீ MN = 4.2 செ.மீ LN = 2.8 செமீ △ LMN வரைக.

3) a = 10.3 செமீ b = 8.6 செ.மீ c = 12செ.மீ △ ABC வரைக.

4) 3 செமீ பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணம் வரைக.

5) 4.5 செ.மீ பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணம் வரைக.

6) 6.2 செ.மீ பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணம் வரைக.

7) AB = 5.2செ.மீ BC = CA = 7செ.மீ அளவுகளுக்கு △ ABC வரைக

8) PQ = QR = 4.7 செ.மீ. PR = 3.5 செ.மீ அளவுக்கு △ PQR வரைக

9) AB = 5.4 செ.மீ AC = 3.6 செமீ ∟A = 55° △ ABC வரைக.

10) b = 6 செ.மீ, c = 6.5 செமீ ∟A = 90°. △ABC வரைக.

11) ∟P = 40 ∟Q = 65° PQ = 5.6 செமீ △ PQR வரைக.

12) MN = 4.1 செ.மீ ∟M = ∟N = 45°, △ LMN வரைக.

பிதாகரஸ் தேற்றம் (Phythagoras Theorem)

ஒரு வரைபடத்தாளில் பக்க அளவுகள்

3,4,1 அலகுகள் கொண்ட முக்கோணம் வரைக. ஒவ்வொரு பக்கத்தின் மீதும் ஒரு சதுரம் வரைக அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்புகள் முறையே 9 ச.செமீ 16ச.செமீ 25 ச.செமீ ஆக உள்ளது.

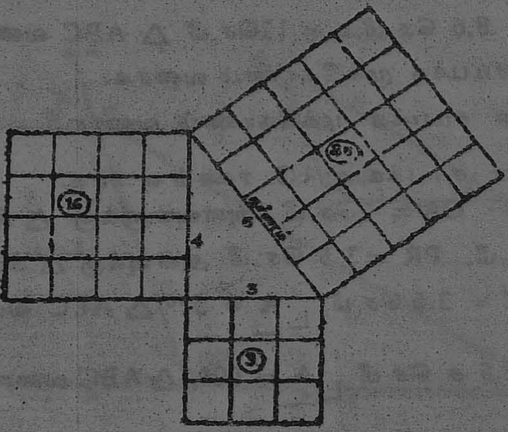
இதுபோன்றே வரைபடத்தாளில் 5,12,13 அலகுகள் கொண்ட முக்கோணம் வரைக முன்போலவே அப்பக்கங்களின் மீதும் சதுரம் வரைந்து பரப்புகளைப்பார். அவை முறையே 25 ச.செமீ 25ச.செமீ 144 ச.செமீ 169 சதுர.செமீ ஆகும்.

அவ்விரு படங்களையும் பார்க்கும் போது சிறிய அலகுகளுள்ள பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமைந்துள்ளதைக் காணலாம்.

மேலும் இச்சிறிய அலகுகளுள்ள பக்கங்களின் கூடுதலானது பெரிய அலகுள்ள பக்கத்தின் பரப்புக்குச் சமமாக உள்ளத்தை நாம் காண்கிறோம்.

$9 + 16 = 25$ $\qquad$ $25 + 144 = 169$

$25 = 25$ $\qquad$ $169 = 169.$



செயல்பாடம் 4. படம். 2

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்திற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் கர்ணம் எனப்படுகிறது

பல செங்கோண முக்கோணங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்புகளைக் கணக்கிட நமக்கு ஓர் உண்மை புரிகின்றது.

அதாவது ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீது வரையப்பட்ட சதுரத்தின் பரப்பானது அதன் மற்ற இரு பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்ட சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்

இவ்வுண்மையை பிதாகரஸ் என்ற கிரேக்க கணித வல்லுநர் அளித்தார். எனவே இது பிதாகரஸ் தேற்றம் என அழைக்கப்படுகிறது.

தேற்றம்

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் அளவின் வர்க்கமானது அதன் மற்ற இரு பக்கங்களின் அளவுகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் வர்க்கங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பைக் கொண்டு அம்முக்கோணமானது செங்கோணம் என்று அறியலாம்.

முன்பு கூறிய எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம் 3,4,5 அலகுகள் கொண்ட முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் எனக் கண்டோம்.

அதாவது $3^2 + 4^2 = 5^2$

அதுபோலவே $5^2 + 12^2 = 13^2$ எனக்கண்டோம்.

இதிலிருந்து கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமைய வேண்டுமானால் அவ்வளவுகளின் பெரியக் அளவின் வர்க்கமானது மற்ற இரு அளவுகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும் என்று அறிகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு

ஒரு முக்கோணத்தின் பக்க அளவுகள் 12,20,16 அலகுகள் எனில் அது ஒரு செங்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமையுமா?

செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமைய வேண்டுமானால் பெரிய அளவின் வர்க்கமானது மற்ற இரு அளவுகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும்.

12, 20, 16 இதில் பெரிய அளவு 20 ஆகும்.

எனவே $20^2 = 2^2 = 12^2 + 16^2$

$400 = 144 + 16^2$

$400 = 144 + 256$ எனவே

$400 = 400$ எனவே

இம்மூன்று அளவுகளும் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும்.

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் அளவு 10 செ.மீ அதன் மற்ற இரு பக்கங்களின் ஒன்றின் அளவு 6செ.மீ. எனில் மூன்றாவது பக்கத்தின் அளவென்ன ?

செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் வர்க்கம், மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

எனவே $10^2 = 6^2 +$ (இரண்டாவது பக்கம் அளவு)^2

$100 = 36 +$ (இரண்டாவது பக்கம் அளவு)^2

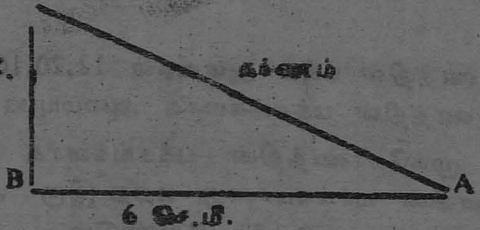
$100 - 36 =$ (இரண்டாவது பக்க அளவு)^2

$64 =$ (இரண்டாவது பக்க அளவு)^2

$\sqrt{64} =$ இரண்டாவது பக்க அளவு

8cm = இரண்டாவது பக்க அளவு

செங்கோண முக்கோணம் ABCல் $\angle B = 90°$, $AB = 6cm$; $BC = 2.5cm$ எனில் ABன் அளவென்ன?



(அ.தி) பாடம் - 16 படம் 9.

தோற்றப்படி $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 6^2 + (2.5)^2$

$= 36 + 6.25 = 42.25$

$AC^2 = 42.25$

$AC = \sqrt{42.25}$

$= 6.5$ செ.மீ.

கர்ணத்தின் அளவு - 6.5 செ.மீ.

	6.5
6	42.25
	36
125	5
	0

பயிற்சி

1) $\triangle ABC$யில் $AB = 6$ செ.மீ; $BC = 10$ செ.மீ; $\angle A = 90°$ எனில் ACன் அளவென்ன?

2) △ ABC யில் ∟B = 90°; BC = 9 செ.மீ AC = 40 செ.மீ எனில் அதன் மற்ற பக்கத்தின் அளவைக் காண்.

3) பீதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுது.

4) 8,15,16 அளவுகள் கொண்ட முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமையுமா?

5) △ PQRல் ∟P = 90°; PR = 6 செ.மீ; PQ = 2.5 செமீ. எனில் QR = ?

6) ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணப் பக்கங்களின் அளவுகள் முறையே 0.5 செ.மீ. 1.2 செ.மீ எனில் கர்ணத்தின் அளவென்ன?

7) 5.6.7. அலகுகள் கொண்ட முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணமா?

8) 9.15.12 அலகுகள் கொண்ட முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணமா?

விடைகள்

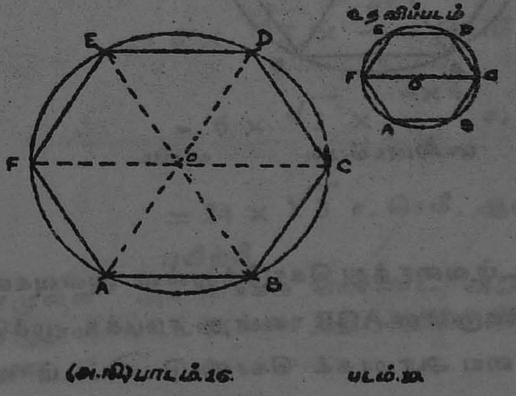
1. 8 செ.மீ. 2. 41 செ.மீ. 4. அமையாது
5. 6.5. செ.மீ. 6. 1.3 செ.மீ. 7. செங்கோண முக்கோணமல்ல
8. செங்கோண முக்கோணம்.

ஒழுங்கான அறுகோணம் வரைதல்

மாதிரி : 1

கொடுத்த வட்டத்திற்குள் ஒழுங்கு அறுகோணம் வரைதல் :

6 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதற்குள் ஒழுங்கு அறுகோணம் வரைக.



(அ.வி)பாடம்.16. படம்.10

வரைமுறை :

1) உதவிப்படம் வரைந்து அதில் அளவுகளைக் குறிக்கவும்-

2) 6.செ.மீ ஆரம் எடுத்து, O வை மையமாகக் கொண்டு வட்டம் வரைக.

3) வட்டப் பரிதியில் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.

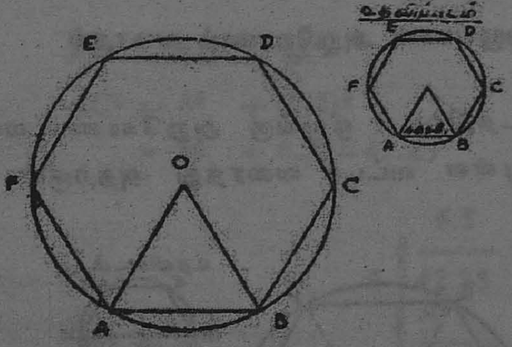
4) OAக்குச் சமமான AB, BC, CD, DE, EF என்ற நாண்கள் வட்டப் பரிதியில் வெட்டுக.

5) அடுத்தடுத்த புள்ளிகளைச் சேர்க்க தேவையான அறுகோணம் கிடைக்கின்றது.

மாதிரி : 2

கொடுத்த அடிப்பக்கத்தின் மேல் ஒழுங்கு அறுகோணம் வரைதல்.

4 செமீ. நீளமுள்ள அடிப்பக்கத்தின் மேல் ஒழுங்கு அறுகோணம் வரைக.



(அ.கி)பாடம். 16. படம்11.

வரைமுறை :

1) உதவிப்படம் வரைந்து கொடுத்துள்ள அளவுகளைக் குறிக்கவும்

2 4 செ.மீ.பக்கமுள்ள AOB என்ற சமபக்க முக்கோணம் வரைக'

3) பின் OA யை ஆரமாகக் கொண்டு வட்டம் வரைக.

4) ஒன்றுக்கொன்று 60° சாய்வு இருக்குமாறு OC, OD, OE, OF என்ற ஆரங்கள் வரைக.

5) பரிதியிலுள்ள அடுத்தடுத்துள்ள புள்ளிகளைச் சேர்க்கவும்.

6) இதுவே தேவையான ஒழுங்கு அறுகோணம் ஆகும்.

அறுகோணத்தின் பரப்பு :

மாதிரி 2-லிருந்து அறுகோணம் என்பது 6 சமபக்க முக்கோணங்களைக் கொண்டது என்று நாம் அறிகிறோம்.

a அலகுகள் பக்கம் கொண்ட சமபக்க முக்கோணத்தின்

$$\text{பரப்பு} = \sqrt{3} \times \frac{a^2}{4} \text{ ச. அலகுகள்}$$

என அறிவோம்.

அறுகோணம் என்பது = 6 சமபக்க முக்கோணமாகும்.

எனவே அறுகோணத்தின் பரப்பு = 6 × சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பு

$$= 6 \times \sqrt{3} \times \frac{a^2}{4} \text{ ச. அலகுகள்}$$

மாதிரி : 3 ஓர் அறுகோணத்தின் பக்கம் 4 செ.மீ எனில் அதன் பரப்பென்ன?

பக்கம் a அலகுகள் கொண்ட அறுங்கோணத்தின் பரப்பு

$$= 6 \times \sqrt{3} \times \frac{a^2}{4} \text{ ச. அலகுகள்}$$

∴ பக்கம் 4 செ. மீ. கொண்ட அறுங்கோணத்தின் பரப்பு

$$= 6 \times \sqrt{3} \times \frac{4^2}{4} \text{ ச செ.மீ.}$$

$$= 6 \times \sqrt{3} \times \frac{4 \times 4}{4} \text{ ச. செ.மீ.}$$

$$= 24 \times \sqrt{3} \text{ ச. செமீ. ஆகும்.}$$

பயிற்சி

1) 3 செ.மீ ஆரமுள்ள அடிப்பக்கம் கொண்ட அறுகோணம் வரைக.

2) 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதற்குள் ஓர் ஒழுங்கு அறுகோணம் வரை

3) 8 செமீ பக்கம் கொண்ட அறுகோணம் வரைக.

4) 4.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதற்குள் ஓர் ஒழுங்கு அறுகோணம் வரைக.

வட்டம் (Circle)

வடிவ இயல் உருவங்களுள் முக்கியமான அனைவருக்கும் தெரிந்த ஓர் உருவம் வட்டம் வடிவமானவை.

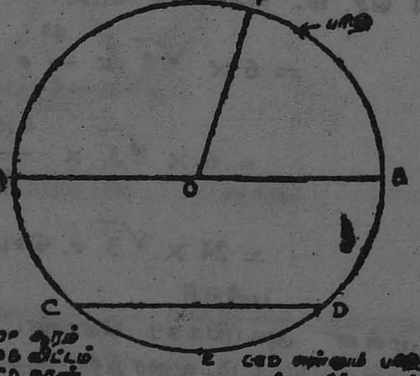
வளையல், சக்கரம், ரூபாய் நாணயம், கடிகாரங்கள் ஆகிய இவற்றின் தோற்றங்கள் வட்ட வடிமானவை

இடம் மாறாது உள்ள குறிப்பிட்ட புள்ளி வட்டமையம் எனப்படும் மையத்திலிருந்து குறிப்பிட்ட மாறாத தூர அளவு ஆரம் எனப்படும்.

ஆரத்தின் மறுமுனை செல்லும் வளைவுகோடு பரிதி எனப்படும்.

பரிதியின் மேலுள்ள எவையேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு நாண் எனப்படும்.

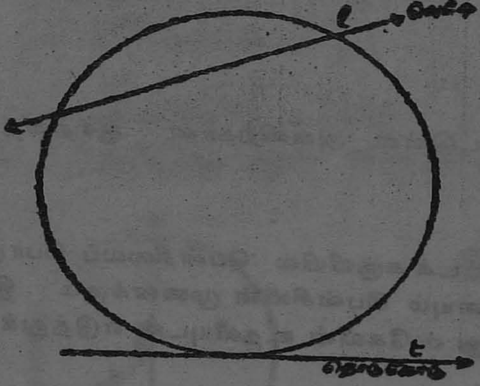
வட்டமையத்தின் வழியே செல்லும் நாண் விட்டம் எனப்படும் விட்டம் ஆரத்தைப் போல் இரு மடங்காகும்.



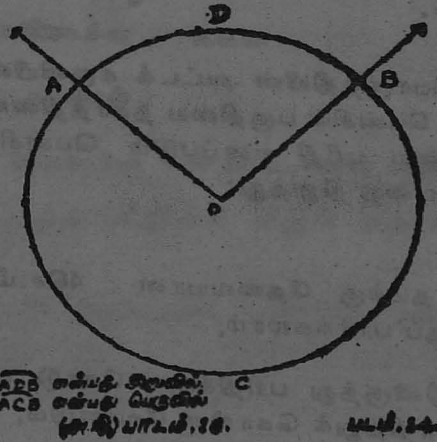
வட்டத்திற்கு மூன்று பகுதிகள் உள்ளன. அவை உட்புறம், வெளிப்புறம், எல்லை, உட்புறமும் எல்லையும் (பரிதி சேர்ந்த பகுதி) வட்டப் பகுதி எனப்படும்.

வட்டத்தை இரு புள்ளிகளில் வெட்டும் கோடு வெட்டி எனப்படும்.

வட்டமையத்தை உச்சியாகக் கொண்ட கோணம் மையக் கோணம் எனப்படும். இது வட்ட விற்களை அளக்கப்பயன்படுகிறது.



(அ.கி) பாடம். 16. படம். 23.



ADB என்பது சிறுவில்
ACB என்பது பெருவில்
(அ.கி) பாடம். 16. படம். 24.

சிறுவில் வட்டமையத்தில் சிறிய கோணத்தைத் தாங்கும்.

பெருவில் வட்ட மையத்தில் பெரிய கோணத்தைத் தாங்கும் விட்டத்தின் மேல் உள்ள வில் அரைவட்டம் எனப்படும்.

இனி வட்டங்கள் வரையக் கற்போம்.

4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.

வட்டம் வரைய ஆர அளவு ஒன்றே போதுமானதாகும்.

வரைமுறை

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவிற்கான ஆரத்தை வட்டக் கருவியில் எடுத்துக் கொள்.

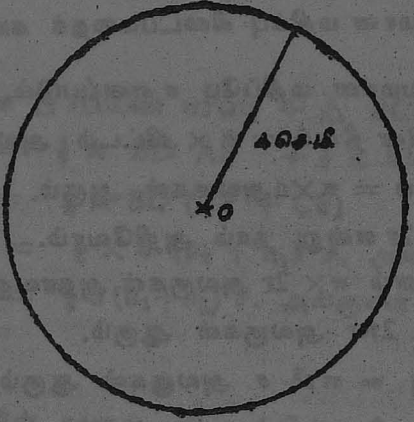
அதாவது வட்டக் கருவியில் பென்சிலைப் பொருத்துக பின் வட்டக் கருவியின் கூர்முனையும் பென்சிலின் முனைக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 4செ.மீ இருக்குமாறு ஸ்கேலின் உதவியுடன் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

பின்னர், ஓர் புள்ளியைக் குறித்துக் கொண்டு அப்புள்ளியே வட்டக் கருவியின் முனையைப் பொருத்திக் கொள்ளவேண்டும். இப்புள்ளியே வட்ட மையம் ஆகும்.

அவ்வாறு பொருத்தியின் வட்டக் கருவியின் மையப் பகுதியைப் பிடித்துக் கொண்டு பென்சில் பகுதியை நகர்த்தினால் ஓர் வளைவு கோடு ஏற்படும். இப்பகுதியை பரிதி எனப்படும் பென்சில் தொடங்கிய இடம் வந்தவுடன் நகர்த்துவதை நிறுத்து.

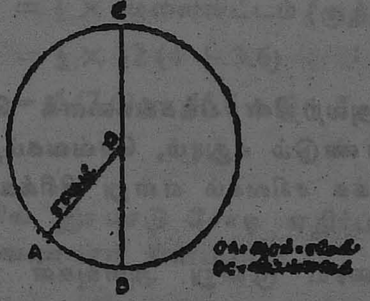
இப்போது நமக்கு தேவையான 4செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் கிடைத்து உள்ளதைப் பார்க்கலாம்,

வட்டமையத்திலிருந்து பரிதிக்கு கோடு வரைந்து ஆர அளவு உள்ளதா என்று சோதித்துக் கொள்ள வேண்டும்,



(அ.கி.)பாடம்.16.   படம்.16

5செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதன் விட்டத்தை அளந்து எழுது



(அ.கி.)பாடம்.16   படம்.16.

வட்டம் பரிதியின் நீளம் காணல்

வெவ்வேறு ஆர அளவுக்கு பல வட்டங்கள் வரைக.

ஒவ்வொரு வட்டத்தின் பரிதியின் மீதும் ஏதாவது ஒரு புள்ளியைக் குறித்துக்கொள்.

அப்புள்ளியிலிருந்து தொடங்கி மீண்டும் அதே புள்ளிவரைசென்றும் உள்ள நீளத்தை, நூலை வட்டப் பரிதியின் மீது பொருத்தி அந்நூலின் நீளத்தை அளந்து பார்க்கவும்.

அந்த பரிதியின் நீளத்தை அந்தந்த வட்டங்களின் விட்டங்களால் வகுக்க ஓர் தோராயமான மதிப்பு கிடைப்பதைக் காண்கிறோம்.

இந்த தோராயமான மதிப்பே π எனப்படும்.

எனவே வட்டப் பரிதியின் நீளம் $= \pi \times$ விட்டம் அலகுகளாகும்.

வட்டப் பரிதியின் நீளம் $= \pi \times d$ அலகுகள் ஆகும்.

விட்டம் $= 2r$ என்று நாம் அறிவோம்.

எனவே பரிதியின் நீளம் $\pi \times 2r$ அலகுகள் அதாவது

வட்டத்தின் சுற்றளவு $2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச அலகுகள் ஆகும்.

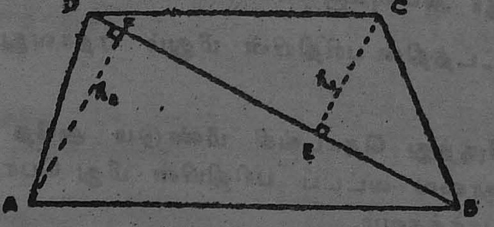
நாற்கரங்கள் (Quadrilaterals)

மூன்று நேர்கோடுகளால் அடைபடும் உருவம் முக்கோணம் எனக் கண்டோம். அதுபோன்று நான்கு நேர்கோடுகளால் அடைபடும் உருவம் நாற்கரம் எனப்படும்.

நாற்கரத்தின் வகைகள் :

நாற்கரங்களை அவற்றின் பக்கங்களைக் கொண்டும் கோணங்களின் அளவுகளைக் கொண்டும் சதுரம், செவ்வகம், இணைகரம், சாய்சதுரம், சரிவகம், இருசமபக்க சரிவகம் என்று பிரிக்கலாம்.

முக்கோணம் வரைய மூன்று அளவுகள் தேவை. ஒரு நாற்கரம் வரைய மேலும் இரு அளவுகள் தேவை. எனவே நாற்கரம் வரைய ஐந்து அளவுகள் தேவை.



(அலிபாடம் 16 படம். 32

நாற்கரத்தின் பரப்பு = Δ ABDன் பரப்பு + Δ BCDன் பரப்பு

$= \frac{1}{2} \times BD \times AF + \frac{1}{2} \times BD \times CE$

$= \frac{1}{2} \times BD (AF + CE)$

$= \frac{1}{2} \times d \ (h_2 + h_1)$ ச. அலகுகள்

$= \frac{1}{2} d \ (h_1 + h_2)$ ச. அலகுகள்

மாதிரி :-

ஓர் நாற்கரத்தின் மூலை விட்டத்தின் நீளம் 12 செ.மீ மூலை விட்டத்தின் எதிர் முனைகளிலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துயரங்கள் 4 செ.மீ, 3.6 செ.மீ, எனில் அந் நாற்கரத்தின் பரப்பு என்ன?

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times$ மூலைவிட்டம் (குத்துயரங்களின் கூடுதல்)

$= \frac{1}{2} \times 12 \ (4 + 3.6)$

$= 6 \ (7.6) = 45.6$ ச செ.மீ.

இணைகரம்

நான்கு பக்கங்களில் இரண்டு சோடி எதிர்ப்பக்கங்களும் இணை. யாகவுள்ள நாற்கரம் இணைகரம் எனப்படும்.

இணைகரத்தின் பண்புகள்

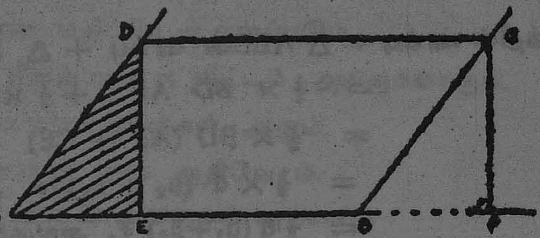
எதிர்ப் பக்கங்கள் இணை, மேலும் அவை சம அளவுடையவை.

எதிர்ப் பக்கங்கள் சமமானதால் எதிர்க்கோணங்கள் சமம்.

மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சம பாகங்களாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

ஒரே பக்கத்தின் ஓரங்களிலுள்ள கோணங்களின் மொத்தம் 180 ஆகும். இணைகரம் வரைய மூன்று அளவுகள் தேவை.

இணைகரத்தின் பரப்பு



(அ)படம் 16

இணைகரம் ABCDயில் Dயிலிருந்தும் Cயிலிருந்தும் ABக்கு செங்குத்துக்கோடுகள் வரைக முக்கோணம் ADEன் பரப்பும்முக்கோணம் BCFன் பரப்பும், சமம் என்பது படத்தின் மூலம் தெரிகின்றது.

எனவே ADE என்ற முக்கோணத்திற்குப் பதிலாக அதே பரப்புடைய BCF என்ற முக்கோணத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்.

அவ்வாறு இணைக்கும் போது செவ்வகம் EFCD கிடைக்கின்றது.
எனவே இணைகரம் ABCD = செவ்வகம் EFCD

எனவே இணைகரம் ABCDன்

பரப்பு = செவ்வகம் EFCDன் பரப்பு
= EFCDன் பரப்பு
= FE + CFச.அ.
= b×h ச. அ.
= அடிப்பக்கம்×குத்துயரம் ச. அலகுகள்

சரிவகம்

ஒரு ஜோடி எதிர்ப் பக்கங்கள் மட்டும் இணையாக உள்ள நாற்கரம் சரிவகம் எனப்படும்.

சரிவகம் வரைய நான்கு அளவுகள் தேவை.

சரிவகத்தின் பரப்பு

(குறி)பாடம் 36 படம் 38.

AB = a அலகு என்போம்

CD = b அலகு என்போம்

CE = h அலகு என்போம்

$\overline{AB}$யும் $\overline{CD}$ யும் இணைப் பக்கங்கள்.

DE இணைப் பக்கங்களுக்கு இடையேயுள்ள தூரம்.

சரிவகம் ABCDயில் ACஓர் மூலைவிட்டம்.

சரிவகம் ABCDயை AC, △ ABCஎன்றும் △ ACD என்றும் இரு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது.

எனவே சரிவகம் பரப்பு = △ ABC + △ACD இவைகளில் பரப்பு

சரிவகம் ABCDயின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times AB \times CE + \frac{1}{2} \times CD \times AG$

ஆனால் AG = CE

எனவே சரிவகத்தின் ABCDயின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times AB \times CE + \frac{1}{2} \times CD \times CE$

$= \frac{1}{2} \times CE\,(AB+CD)$

$= \frac{1}{2} \times h(a+b)$

ஆகவே சரிவகம் ABCDயின் பரப்பு = $\frac{1}{2} \times h\,(a+b$, ச. அலகுகள் ஆகும்.

சரிவகத்தின் பரப்பை, இணைப்பக்கங்களின் கூடுதலை அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தூரத்தால் பெருக்கியதன் பெருக்குத் தொகையில் பாதி அளவாகும்.

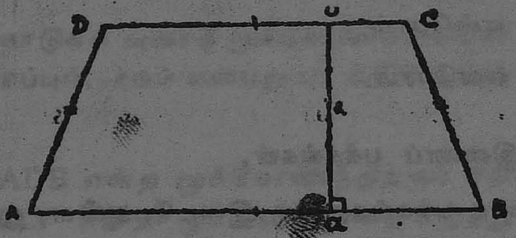
இரு சமபக்க சரிவகம்

சரிவகத்தின் இணையற்ற பக்கங்கள் சமமானால் அந்த சரிவகம் இருசமபக்க சரிவகம் எனப்படும்.

பண்புகள் :

இருசமபக்க சரிவகத்தில் ஒரு சோடி பக்கங்கள் இணை, இணையற்ற பக்கங்கள் சமம்; மூலை விட்டங்கள் சமம்.

இருசமபக்க சரிவகம் வரைய மூன்று அளவுகள் தேவை.



(அ கி) பாடம் 36 படம் 30.

AB = a அலகு என்போம்.

CD = b அலகு என்போம்

AB, CDக்கு இடைப்பட்ட தூரம் h அலகு என்போம்

ABயும் CDயும் இணைப்பக்கங்கள் AD = BC

இருசமபக்க சரிவகத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2} \times h (a + b)$ ச. அலகுகள்

செவ்வகம் :

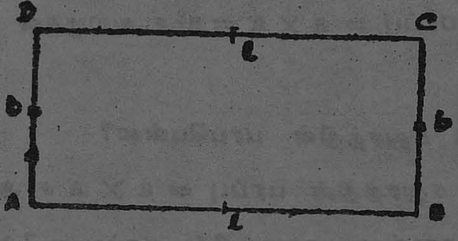
எதிர்ப்பக்கங்கள் சமமாக உள்ள நாற்கரம் செவ்வகம் எனப்படும்.

பண்புகள் :

செவ்வகத்தின் எதிர்ப் பக்கங்கள் சமம். நான்கு கோணங்களும் செங்கோணங்கள் மூலைவிட்டங்கள் சம நீளமுள்ளவை. மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

செவ்வகம் வரைய இரண்டு அளவுகள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

செவ்வகத்தின் பரப்பு : நீளம் × அகலம் ச. அலகுகள்



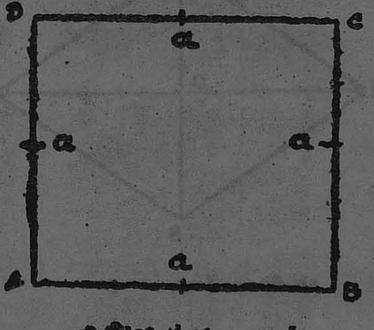
(வே.கி)பாடம்.1௬ படம்.௧௨

சதுரம் :

நான்கு பக்கங்களும் சமமாக உள்ள நாற்கரம் சதுரம் எனப்படும்.

பண்புகள் :

சதுரத்தின் பக்கங்கள் சமம். கோணங்கள் சமம். மூலைவிட்டங்கள் சமம். மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்ளும்.



[illegible]

சதுரம் வரைய ஓர் அளவு கொடுத்தாலே போதும்.

சதுரத்தின் பரப்பு = பக்கம் × பக்கம் ச. அலகுகள்

பக்கம் a அலகு எனில்

பரப்பு $= a \times a = a^2$ ச.அலகுகள்

மாதிரி:

3 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரத்தின் பரப்பென்ன?

a அலகுள்ள சதுரத்தின் பரப்பு $= a \times a$ ச அ

3 செ. மீ பக்கமுள்ள சதுரத்தின் பரப்பு $= 3 \times 3 = 9$ ச. செ. மீ

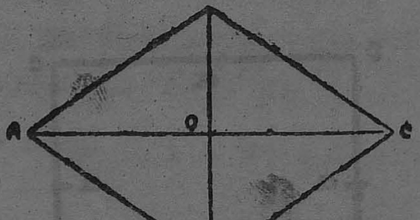
சாய்சதுரம்

மூலைவிட்டங்கள் சமமல்லாத, எல்லா பக்கங்களையும் சமமாகக் கொண்ட நாற்கரம் சாய்சதுரம் எனப்படும்.

பண்புகள்:

சாய்சதுரத்தின் எல்லாப்பக்கங்களும் சமம். எதிர்க்கோணங்கள் சமம். மூலைவிட்டங்கள் சமமல்ல ஆனால் அவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

சாய்சதுரம் வரைய இரண்டு அளவுகள் தேவை



(அ.வி.) பாடம் 15. ப

பரப்பு :

சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தை இணைத்தால் $\triangle ABC$ யும் $\triangle ADC$யும் கிடைக்கின்றன.

எனவே சாய்சதுரம் ABCD ன் பரப்பு = △ ABCன் பரப்பு + △ ADC ன் பரப்பு

$= \frac{1}{2} \times AC \times BO + \frac{1}{2} AC \times OD$

$= \frac{1}{2} AC \times (BO + OD)$

$= \frac{1}{2} \times AC (BD)$

$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

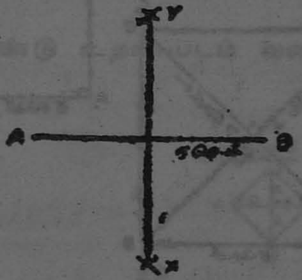
$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ச அ

சாய்சதுரத்தின் பரப்பு = மூலை விட்டங்களின் பெருக்குத் தொகையில் பாதி ஆகும்.

பல வடிவங்கள் வரையக் கற்றுக் கொள்ளுமுன் கோட்டுத் துண்டு களை எவ்வாறு இருசமக் குறியிடலாம் என்று பார்ப்போம்.

மாதிரி :

5 செ. மீ நீளமுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைந்து அதை அளவு கோலின் உதவியின்றி இருசமக் குறியிடு.



வரைமுறை :

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டு வரைந்து கொள். அதற்கு AB எனப் பெயரிடு

Aயை மையமாகவும் AB-ன் அளவில் பாதிக்குமேல் அளவெடுத்து அதனை ஆரமாகவும் கொண்டு இரு வட்ட விற்களை ABயின் மேல் புறத்திலும் கீழ்புறத்திலும் படத்தில் காட்டியுள்ளது போல் வரைக.

இதேபோன்று அதே ஆரத்தை மாற்றாமல் Bயை மையமாகக் கொண்டு இரு வட்ட விற்பனை வரைக.

இவைகள் வெட்டும் இடத்திற்கு X, Y எனப் பெயரிடுக.

X Y இவைகளை இணை. இக்கோடு ABயை இருசமபாகங்களாகப் பிரிக்கிறது.

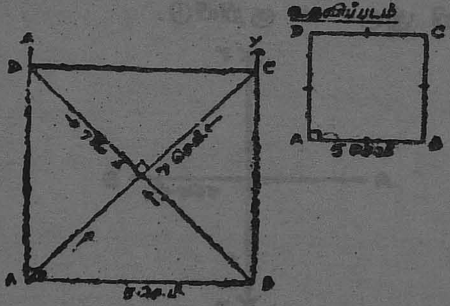
சதுரம் வரைதல்

சதுரத்தின் பக்கங்கள் சமஅளவு உள்ளன. கோணங்களும் சம அளவு உள்ளவை என்று அறிவோம்.

சதுரம் வரைய, ஒரே ஒர் அளவு கொடுக்கப்பட்டாலே போதும்.

மாதிரி : 1 சதுரத்தின் பக்க அளவு கொடுக்கப்பட்டு, சதுரம் வரைதல்

5 செ.மீ பக்கமுள்ள சதுரம் வரைக.



வரைமுறை

1) உதவிப்படம் வரைந்து அளவுகளைக் குறித்துக்கொள்.

2) 5 செ.மீ நீளமுள்ள $\overline{AB}$ வரைக.

3) Aயில் பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி அல்லது மூலை விட்டத்தை வைத்து ABக்கு செங்குத்துக் கோடு வரைக. அதை AX என்க.

4) அதேபோன்று Bல் செங்குத்துக்கோடு வரைக அதை BY எனக.

5) Aயை மையமாகக் கொண்டு 5. செ மீ. ஆரமுள்ள வட்டவில்லை AXல் வெட்டுக. அதுவெட்டும் புள்ளி D ஆகும்.

6) Bயை மையமாகக் கொண்டு 5. செமீ. ஆரமுள்ள வட்டவில்லை BYல் வெட்டுக. அது வெட்டும் புள்ளி C ஆகும்.

7) CDயை இணைக்க, இதுவே ABCD என்ற தேவையான சதுரம் ஆகும்.

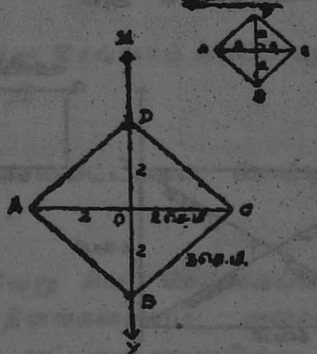
சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டால் சதுரம் வரையும் முறை :

மாதிரி : 2 மூலைவிட்டம் 4செ.மீ அளவுள்ள சதுரம் வரைக.

சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமம். அவை இருசமக் கூறிடும்.

மூலைவிட்டங்களுக்கிடையே உள்ள கோணம் 80°.

இவ்வுண்மையைக் கொண்டு உதவிப்படம் வரைக.



படம். 44

வரைமுறை :

உதவிப்படம் வரைந்து கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்கவும்

4.செ.மீ நீளமுள்ள $\overline{AC}$ வரைக.

அதனை இருசமக் கூறிடு, அக்கோட்டினை XY எனப் பெயரிடுக.

$\overline{AC}$ யும் $\overleftrightarrow{XY}$ யும் வெட்டிக் கொள்ளும் இடத்திற்கு "O" எனப் பெயரிடுக

O வை மையமாகவும், 2 cm ஆரமுள்ள வட்டவில்லை $\overleftrightarrow{XY}$ல் O-ன் இருபுறமும் வெட்டுக

அவை வெட்டுமிடத்திற்கு முறையே B, D எனப் பெயரிடுக.

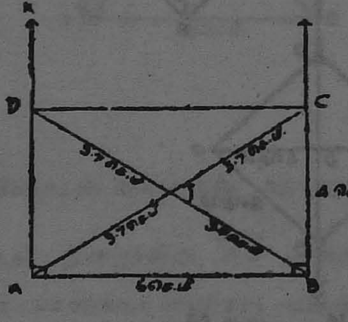
Bயை முறையே Aயுடனும் Cயுடனும் சேர்க்க. அதே போன்று Dயை Aயுடனும் Cயுடனும் சேர்க்க இதுவே தேவையான சதுரம் ABCD ஆகும்.

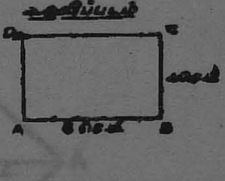
செவ்வகம் வரைதல் :

செவ்வகத்தின் எதிர்பக்கங்கள் சம அளவு உள்ளவை கோணங்கள் சமம்.

செவ்வகம் வரைய இரு அளவுகள் தேவை.

மாதிரி : 1 நீளம் 6 செ.மீ அகலம் 4 செ.மீ உள்ள செவ்வகம் ABCD வரைக அதன் மூலை விட்டங்களை அள





உதவிப்படம் படம்

வரைமுறை :

உதவிப்படம் வரைந்து அளவுகளைக் குறித்துக்கொள்

6 செ.மீ நீளமுள்ள $\overline{AB}$ வரைக

A யிலும் Bயிலும் (மூலை விட்டத்தைப் பொருத்தி செங்கோணம் உண்டாகுமாறு) பாகைமானியை உபயோகித்து செங்கோணம் உண்டாகுமாறு AX, BX என்ற கதிர்களை வரை

4. செ.மீ ஆரம் எடுத்து Aயை மையமாகக் கொண்டு ஓர் வட்ட

வில்லை $\overrightarrow{AX}$ ல் வெட்டுக

இதே போன்று Bயை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரம் எடுத்து

$\overrightarrow{BY}$ல் வெட்டுக

$\overrightarrow{BY}$ வெட்டுமிடத்தை C என்றும் $\overrightarrow{AX}$ல் வெட்டுமிடத்தை D என்றும் பெயரிடுக

Cயையும் Dயையும் இணைக்க

இதுவே தேவையான செவ்வகம் ABCD ஆகும், மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 7. 4 செ.மீ

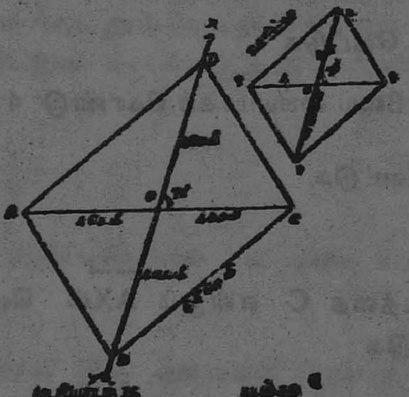
செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் கோண அளவை அள

இவ்வாறு வெவ்வேறு சில செவ்வகங்கள்வரைந்து அவைகளின் மூலை விட்டங்களின் நீளங்களையும் அவை வெட்டிக் கொள்ளும் கோண அளவுகளையும் அட்டவணைப்படுத்து.

அட்டவணையிலிருந்து நாம் செவ்வகத்தின் மூலை விட்டங்களின் நீளங்கள் சமம் என்றும் அவை சம அளவில் வெட்டிக் கொள்கின்றன என்றும் அறிகிறோம். மேலும் மூலை விட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் கோணம் செங்கோணமல்ல என்றும் அறிகிறோம்.

மாதிரி — 2 : செவ்வகத்தின் மூலை விட்டமும் கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் செவ்வகம் வரையும் விதம் :

செவ்வகம் ABCD யில் $\overline{AC}$ = 8 செ.மீ. மூலை விட்டங்கள் O என்னும்மிடத்தில் வெட்டுகின்றன. அவை உண்டாக்கும் கோணம் 70° படம் வரைக. பரப்பு காண்.



வரைமுறை

1) உதவிப்படம் வரைந்து அளவுகளைக் குறிக்கவும்.

2) 8 செமீ. நீளமுள்ள $\overline{AC}$ வரைக.
அதன் மையப்புள்ளி O—வைக் குறிக்க.

< - >

3) O வில் 70° உண்டாகுமாறு xy வரைக.

O – வை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டவில்லை Oவின் இருபுறமும் வெட்டுக. அவை வெட்டும் இடத்திற்கு B D எனக்குறி.

Rயை Aயுடனும் Cயுடனும் இணை அதுபோல்

Dயை Aயுடனும் Cயுடனம் இணை.

இதுவே தேவையான செவ்வகம் ABCD ஆகும்.

நீளம் AD = 6.5 செ.மீ. அகலம் AB = 4.5 செ.மீ.

செவ்வகத்தின் பரப்பு = 1 X b ச அலகுகள்

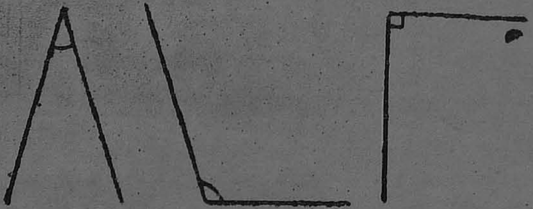
= நீளம் X அகலம் சதுர அலகுகள்

= 6.5 X 4.5

= 29.25 ச.செ.மீ.

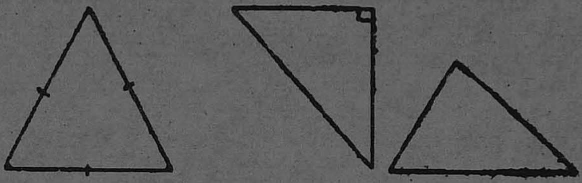
Time : 2 hours Marks : 100

1. குறுங்கோணத்திற்கு 2 உதாரணம் கொடு.
2. 165^0 எவ்வகைக் கோணம்?
3. ஒரு புள்ளியில் ஏற்படும் கோணங்களின் கூடுதல் என்ன?
4. முக்கோணங்களை, கோணங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு எத்தனை வகையாகப் பிரிக்கலாம்?
5. முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் என்ன?
6. அறுகோணத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள் உண்டு?
7. எட்டுபக்கங்கள் கொண்ட பலகோணத்திற்கு என்ன பெயர்?
8. தசகோணத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள்?
9. எதிர்பக்கங்கள் சமமாக உள்ள நாற்கரத்திற்கு என்ன பெயர்?
10. ஒரு சோடி எதிர்பக்கங்கள் இணையாகவும், இணையற்ற பக்கங்கள் சமமாகவும் உள்ள நாற்கரம் எது?
11. செவ்வகத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று எவ்வாறு வெட்டிக் கொள்ளும்?
12. வட்டமையத்தின் வழியே செல்லும் நாணின் பெயர் என்ன?
13. சதுரம் வரைய எத்தனை அளவுகள் தேவை?
14. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுது.
15. பின்வரும் படங்களின் கோண வகைகளை கூறுக.



[illegible] படம் 16 படம் [illegible]

16. கீழ் உள்ளவை எவ்வகை முக்கோணம் என்று கூறு



(அ.கி)பாடம் 16 படம். 30.

17. M என்னும் புள்ளியில் 5 கோணங்கள் உள்ளன. அவற்றில் நான்கின் கூடுதல் 255^0 எனில் 5வது கோணத்தின் அளவென்ன?

18. 10 பக்கங்கள் கொண்ட ஓர் பலகோணத்தின் வெளிக் கோணத்தின் அளவென்ன?

19. ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணத்தின் வெளிக்கோணம் 30^0 எனில் அதற்கு எத்தனை பக்கங்கள் ?

20. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடங்கிய பக்கங்கள் 8 செ.மீ. எனில் 15 செ.மீ. கர்ணத்தின் அளவென்ன ?

21. இடைப்பட்ட கோணம் என்றால் என்ன ? உதாரணம் கொடு.

22 ABC என்ற முக்கோணத்தில் AB = 6 செ.மீ. $\angle ABC = 70^0$ $\angle ABC = 60^0$ அளவுகளுக்கு முக்கோணம் வரைந்து மற்ற பக்கங்களை அளந்து எழுதுக.

23. செவ்வகத்தின் மூலை விட்டங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணம் 70^0 மூலை விட்டத்தின் நீளம் 8 செ.மீ. எனில் செவ்வகத்தின் நீள அகலங்களை அள.

24. 3 செ.மீ. அடிப்பக்கமுள்ள அறுங்கோணம் வரைக.

25. 4.2 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.

தி முல்லை அச்சகம் வாடிப்பட்டி, போன்:254333 பிரதிகள்:300, 2002—2003